

PREMESSA

Il volume che vede oggi la luce contiene, rielaborata e ordinata, la parte maggiore dell'opera matematica di Federigo Enriques, vale a dire la teoria delle superficie algebriche, alla quale il suo nome resterà sempre legato. Questa opera iniziata subito dopo la laurea nel 1893 e proseguita per oltre mezzo secolo fino alla morte, con brevi interruzioni quando problemi di filosofia e di storia della scienza occupavano il suo spirito universale, si trova dispersa in una cinquantina di Note e Memorie pubblicate in varie raccolte.

A far risaltare l'alto valore dell'opera, che ha aperto un vasto e fecondo campo quasi inesplorato quando l'Enriques cominciò le sue ricerche, gioverà il presente volume. Il quale permetterà ai cultori della geometria algebrica., e in particolare agli studenti universitari, di orientarsi nell'ampio territorio.

Il compianto Autore aveva già sentito il bisogno di una sistemazione della geometria sopra le superficie algebriche dopo la sua chiamata all'Università di Roma, dove Egli poteva dedicarsi ai soli corsi superiori di matematica e dove maggiore era il numero degli allievi. Valendosi della collaborazione di Luigi Campedelli, allora suo e mio assistente, oggi professore all'Università di Firenze, Egli raccolse la parte generale della teoria in un volume litografato, che uscì nel 1932: mentre una seconda parte riguardante categorie particolari di superficie fu pubblicata, a stampa, due anni dopo, dal Seminario matematico dell'Università di Roma, col concorso dello stesso collaboratore.

Esauriti in pochi anni questi due volumi, l'Autore dovette pensare ad una seconda edizione; e durante gli ozi, cui fu costretto dalle leggi razziali e poi dalla guerra e dalle persecuzioni, Egli meditò una rielaborazione di tutta l'opera col proposito di semplificare o mettere al riparo da critiche alcune dimostrazioni, di condurre a termine od estendere classificazioni di tipi particolari di superficie, e di tener conto dei più recenti risultati a cui Egli stesso od altri ricercatori erano arrivati.

Il manoscritto era fortunatamente compiuto quando la morte colse Federigo Enriques nella piena lucidità dello spirito.

L'Autore si era riservato di procedere a talune correzioni definitive sulle bozze di stampa, ma purtroppo la sorte non gli concesse il tempo per questo compito. Se ne assunsero con la finezza del loro ingegno, col

ricordo degli insegnamenti del maestro, con affetto di figli, gli ultimi discepoli Pompilj e Franchetta. Ed io che li ho assistiti nei loro dubbi su qualche punto oscuro o meno soddisfacente del testo, posso dire che il compito era arduo ed avrebbe richiesto, per essere interamente assolto, ricerche non di mesi ma di anni. L'Autore stesso ha cura di avvertire fin dalla prefazione che il trattato, più che esporre una dottrina già statica e cristallizzata, aspira a suscitare nel lettore il desiderio di portare complementi e perfezionamenti a varie teorie. E dove il terreno è meno solido l'Autore mette sull'avviso lo studioso.

Di questi punti ancora fluidi quello che presenta la difficoltà più ardua ed il maggiore interesse nella teoria generale delle superficie forma il soggetto del Cap. IX, ove si tratta dei sistemi continui di curve algebriche (non contenuti in sistemi lineari) che esistono sopra ogni superficie irregolare. Una geniale intuizione ha condotto l'Enriques nel 1904 ad enunciare e stabilire questa proprietà caratteristica delle superficie irregolari; su di essa si sono appoggiate successive fondamentali ricerche. Però un'attenta critica ha fatto vedere, vari anni dopo, che la dimostrazione dell'Enriques non è soddisfacente. La proprietà è vera, almeno sotto qualche restrizione, come risulta dalle ricerche per via trascendente di Enrico Poincaré. Ma tutti i tentativi compiuti posteriormente dall'Enriques e da altri per dimostrarla mediante considerazioni algebrico-geometriche si sono urtati contro difficoltà sinora insuperate. Ciò è esplicitamente dichiarato nel suddetto Cap. IX, nel quale l'Autore dà anche suggerimenti sopra una via da tentare per giungere alla meta. Debbo confessare che non vedo come quella via possa tradursi in un procedimento irrepreensibile.

Ad altri dubbi di ben minore rilievo può dar luogo qualche punto dei Capp. VII, VIII e X dove si tratta di classificazione e costruzione di tipi molto particolari di superficie. Qui giova ricordare che le ricerche fondamentali dell'Enriques si possono suddividere in due gruppi:

a) teoria generale delle superficie algebriche, e in particolare determinazione dei caratteri invarianti per trasformazioni birazionali: sostanzialmente, i generi;

b) classificazione delle superficie dei primi generi.

Questo secondo gruppo ha condotto l'Autore alla scoperta di famiglie molto interessanti ed impreviste di superficie, ed ha fornito anche modelli concettuali che hanno suggerito la scoperta di proprietà riposte appartenenti alla teoria generale. È noto però a tutti i ricercatori quali insidie si nascondano nelle classificazioni molto minuziose, dove facilmente sfuggono alcuni casi riposti, ed altri, ritenuti in un primo momento realizzabili, si rivelano inesistenti di fronte ad un esame più scrupoloso.

Qui dunque si presenta, come l'Autore stesso suggerisce, un primo campo di indagine per lo studioso, il quale, dopo essersi reso familiare con le discussioni delicate che l'argomento comporta, sarà poi messo in grado di affrontare le difficoltà più gravi della teoria generale, difficoltà che non riguardano soltanto la questione a cui sopra abbiamo alluso, ma s'incontrano ogni qual volta si vogliono mettere in chiara luce i legami fra la trattazione algebrica e la trascendente (o la topologica) delle superficie algebriche. Naturalmente per queste ultime ricerche lo studioso dovrà prima approfondire la teoria trascendente leggendo i trattati di Picard-Simart, di Lefschetz, Zariski, Hodge, la Memoria citata di Poincaré, e gli importanti lavori algebrico-trasendenti del Severi ove si trovano esposte ricerche che esorbitano dal programma del presente volume.

Verrà presto il continuatore dell'opera delle scuole italiana e francese, il quale riesca a dare alla teoria delle superficie algebriche la perfezione che ha raggiunto la teoria delle curve algebriche? Lo spero ma ne dubito.

A nutrire i miei dubbi m'induce l'osservazione che la matematica ha preso nel secolo attuale un indirizzo ben diverso da quello che dominava nel secolo scorso. La fantasia, la intuizione che guidavano la ricerca di allora sono oggi guardate con sospetto per il terrore degli errori a cui possono condurre. Le teorie sorgevano per rispondere al bisogno che il matematico provava di delineare e precisare degli oggetti del pensiero che erano già, in forma vaga, presenti alla sua mente. Era l'esplorazione di un ampio territorio intravisto da una cima, lontana. Si costruirono così nel secolo scorso quei gioielli che si chiamano teoria delle funzioni analitiche, delle funzioni ellittiche, abeliane, superficie ad area minima, superficie cubiche.... Oggi più che il terreno da esplorare interessa la via che vi conduce, e questa via ora vien seminata di ostacoli artificiali, ora si libra tra le nuvole.

Che questa tendenza non sia una manifestazione di breve durata si è indotti a credere dal paragone col fenomeno analogo che si verifica nelle arti plastiche e nella musica. Anche qui la fantasia è bandita quale sopravvivenza dell'epoca romantica, anche qui il contenuto

dell'opera d'arte interessa meno della tecnica o dei mezzi d'espressione che l'artista impiega. Vari critici illustri pensano che ciò rappresenti una decadenza dell'arte e ne traggono foschi presagi sull'avvenire della nostra civiltà.

Sarebbe temerario estendere questi giudizi pessimisti all'evoluzione che va subendo la matematica. Tuttavia quando si paragoni il cinquantennio che sta per chiudersi col periodo corrispondente del secolo scorso in cui fiorivano nomi quali Gauss, Abel, Jacobi, Cauchy e tanti altri grandissimi, non si possono celare preoccupazioni sul futuro della nostra scienza.

Un giorno però, prossimo o lontano, rinascerà l'amore per le grandi teorie di cui i nostri maestri del secolo XIX gettarono le basi. E quel giorno il trattato di Federigo Enriques sarà letto e meditato come il resoconto di un'esplorazione in un territorio dove molte gemme sono già state raccolte e molte altre attendono chi sia degno di scoprirle. G. CASTELNUOVO, Roma, Gennaio 1949.

PREFAZIONE

In questo trattato ci proponiamo di esporre la teoria delle superficie algebriche, particolarmente riguardata nel suo aspetto algebrico-geometrico, quale si è venuta maturando, durante un cinquantennio, in ispecie nella scuola geometrica italiana. Per lunghi anni abbiamo, elaborato tale esposizione, rivedendo e talora rifacendo, o almeno riordinando le dimostrazioni più antiche, in guisa da conferire alla teoria stessa l'assetto più rigoroso e più semplice.

Quest'opera di revisione e di ordinamento si è svolta anzitutto attraverso i corsi delle lezioni da noi tenute nella Università di Roma, che sono state raccolte, in una prima redazione, da Luigi Campedelli, oggi professore all'Università di Firenze, cui ci piace attestare ancora una volta la nostra gratitudine. Le lezioni di Enriques-Campedelli furono pubblicate in due volumi; la prima parte, col titolo "Lezioni sulla teoria delle superficie algebriche, raccolte dal Dott. Luigi Campedelli", in edizione litografica presso la Casa Cedam di Padova, nel 1933 e la seconda parte nel 1934, col titolo "Sulla classificazione delle superficie algebriche, particolarmente di genere zero, lezioni raccolte dal Dott. Luigi Campedelli", nei Rendiconti del Seminario Matematico della R. Università di Roma,.

Questi volumi rimangono anche oggi il fondamento del nostro lavoro di sistemazione della teoria che tuttavia si è proseguito di poi, sia dalla cattedra universitaria, sia nel riposo degli ultimi anni, dopo l'ottobre 1938.

Abbiamo ripreso l'esposizione del Campedelli, correggendo talvolta o semplificando qualche punto, ma soprattutto dando alla teoria stessa una più ampia estensione con l'usufruire dei contributi recati alla scienza da alcuni giovani geometri. Fra questi ci è caro ricordare i nomi di altri nostri discepoli che, dopo il Collega fiorentino, ci hanno aiutato in questa ricostruzione, approfondendo alcuni punti o invitandoci a rimeditarli colla discussione delle nostre idee e delle nostre spiegazioni: sono il Prof. Giuseppe Pompilj - presto partito per le armi- e il Dott. Alfredo Franchetta (due giovani speranze della nostra scienza), che si troveranno citati nel corso di queste Lezioni; ai quali vogliamo attestare pubblicamente il nostro animo grato. Non abbiamo da spiegare più lungamente il disegno dell'opera, che già appare dall'indice generale della materia. Ma c'importa rilevare che abbiamo cercato, non soltanto di dare alle teorie esposte un assetto logico, sì anche (come in opere anteriori) di porgere una prospettiva storica del loro divenire. In tal guisa vuoi si offrire al lettore, non già il dono di qualcosa di perfetto che si lasci contemplare dal di fuori, anzi la veduta di un acquisto e di un progresso di cui deve comprendere le ragioni, e che egli è invitato a riguadagnare da sé e per sé, trovando nel libro un strumento di lavoro. Appunto perciò il cammino induttivo della scienza, che muove da esempi e casi particolari, e talvolta anche gli errori che occorre superare e correggere, vengono messi particolarmente in rilievo.

Aggiungiamo che per quel che concerne la conoscenza di teorie preliminari (curve algebriche, superficie razionali), ci riferiamo particolarmente all'esposizione datane in altre nostre lezioni, che furono raccolte nei quattro volumi di Enriques-Chisini "Teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche" (Bologna, Zanichelli 1915, 1918, 1924, 1934) e in quello di Fabio Conforto su "Le superficie razionali", anch'esso redatto sulle nostre lezioni (Bologna, Zanichelli, 1939).

Il testo che offriamo al lettore è stato composto ed ha trovato la sua forma definitiva entro il mese di aprile del 1942, quando la persecuzione fascista vietava, nel nostro paese, anche le più innocenti pubblicazioni matematiche, e d'altronde la pubblicazione all'estero dava luogo a difficoltà che dovemmo in appresso sperimentare. In esso erano indicate alcune note; in ispecie note da noi (come corrispondente) inviate all'Accademia delle Scienze di Madrid, che

non abbiamo potuto sapere se abbiano effettivamente trovato posto in quegli atti accademici.

Oggi, usciti fuori dal periodo burrascoso della guerra, nel momento di passare il manoscritto alla tipografia, ci riesce ancor or difficile di prendere esatta nozione della letteratura scientifica degli ultimi tre anni, e d'altra parte gli impegni di nuovi lavori ci vietano di ritornare sul lavoro fatto per riesaminarlo al lume di alcuni studi che, più o meno approssimativamente, siamo venuti a conoscere soltanto più tardi. Perciò conserviamo al testo delle presenti lezioni la forma datagli, come si è detto, nel 1942, salvo a completare qualche notizia bibliografica e ad indicare, con qualche nota, le lacune che richiederebbero un nuovo esame.

FEDERIGO ENRIQUES, Roma, Settembre 1945.