CRISTIANO GUIDORZI
ANDREA ZANZI

# PROBLEMI DI FISICA GENERALE I

## Meccanica, Onde, Fluidodinamica, Termodinamica

CASA EDITRICE AMBROSIANA

CRISTIANO GUIDORZI
ANDREA ZANZI

# PROBLEMI DI FISICA GENERALE I

## Meccanica, Onde, Fluidodinamica, Termodinamica

Casa Editrice Ambrosiana

# Prefazione

Imparare a risolvere problemi di fisica è una forma di abilità che richiede studio e costante applicazione, in quanto passa attraverso lo sviluppo di un modo di ragionare rigoroso, che sappia guidare l'aspetto intuitivo inquadrandolo nel formalismo delle leggi della fisica. Allo stesso tempo, lo studente impara a sviluppare quell'esperienza che, con il tempo, porta a intuire con crescente sicurezza e agilità come impostare un problema, di quali leggi servirsi e in quale modo, a seconda dei dati del problema e di quanto viene richiesto. In questo senso, possiamo identificare due aspetti essenziali del cosiddetto "problem solving" in fisica e soprattutto in quella di base:

- studio del bagaglio di conoscenze (principi, leggi, teoremi, tecniche di calcolo) che sono l'oggetto del programma del corso;
- sviluppo della capacità di impostare un problema, di identificare gli strumenti dal proprio bagaglio di conoscenze che sono utili ai fini di quanto viene richiesto, di guidare l'aspetto intuitivo entro il rigore e il formalismo che la fisica richiede, di acquisire quella sorta di "malizia" che permette d'intravedere il modo più efficiente o conveniente di risolvere un dato problema.

L'apprendimento della tecnica del "problem solving" è per certi aspetti paragonabile alle prime fasi dell'apprendimento di uno strumento musicale o dello studio di una lingua straniera: si parte dal costruire una robusta conoscenza degli elementi di base, della "tecnica", per poi proseguire nello studio di componimenti di complessità crescente che richiedono l'assimilazione di concetti e il saper coniugare la sensibilità personale, l'intuito, con il rigore della tecnica, nel rispetto del componimento. Proprio come nella musica lo studio della tecnica consente l'espressione di un'estetica, così, nella fisica, l'acquisizione di competenze tecniche e la loro interiorizzazione consentono di risolvere problemi di fisica seguendo percorsi spesso unici. La scelta di quale percorso seguire per risolvere un esercizio diventa talvolta legata anche alla sensibilità estetica del fisico. In questo senso la risoluzione originale di un singolo esercizio è il punto di arrivo di un processo di formazione anche molto lungo. Citando Julia Fischer, "una nota può raccontare un'intera storia"[1].

È soltanto attraverso una costante verifica della propria capacità di saper risolvere problemi di varia difficoltà che alla fine uno studente sarà in grado di verificare la solidità delle proprie conoscenze: parafrasando Lord Kelvin, è soltanto attraver-

[1] "Eine Note kann eine ganze Geschichte erzählen" (http://www.deccaclassics.com/html/special/-fischer-saintsaens/).

 ISBN 978-88-08-28001-5

so la capacità di saper calcolare le grandezze, di applicare le proprie conoscenze a problemi concreti e definiti che si potrà dire di conoscere un argomento. Differentemente, se ci si ferma a una conoscenza superficiale delle leggi a cui non fa seguito una sicura capacità di applicarle, si può parlare tutt'al più di un inizio di conoscenza.

Se i punti che abbiamo evidenziato valgono in generale per qualunque corso di fisica, essi hanno un significato particolare per i corsi introduttivi allo studio della fisica, quale, appunto, quello di Fisica Generale I: tale corso non solo affronta molti argomenti di base che andranno a costituire le fondamenta del sapere di ogni fisico per tutta la sua carriera, ma questo è solitamente anche il primo grande corso di fisica di livello universitario che uno studente affronta nel suo primo anno, e quindi richiede normalmente un salto di qualità nel modo di studiare, soprattutto nel rigore con cui i vari strumenti matematici (per es., i vettori) vengono applicati alla fisica.

È quindi in questo contesto e in quest'ottica che intendiamo presentare la seguente raccolta di problemi, con l'auspicio che possa fungere da guida e da strumento di verifica continua del proprio livello di apprendimento del programma di Fisica Generale I. In particolare, si tratta di una raccolta di circa 200 problemi, tutti forniti di soluzione ampiamente discussa, che riguardano i seguenti argomenti: calcolo vettoriale, cinematica e dinamica del punto materiale, dinamica dei sistemi di punti materiali e corpi rigidi, gravitazione newtoniana, urti, oscillazioni, onde, fluidodinamica, termodinamica. La maggior parte è stata assegnata come prova scritta di esame per il corso omonimo tenuto dagli autori in seno ai corsi di Laurea in Fisica e in Ingegneria all'Università degli Studi di Ferrara negli ultimi anni; altri, invece, sono stati proposti a lezione durante le esercitazioni in aula.

Abbiamo raccolto i vari problemi per argomenti, seguendo l'ordine con il quale gli stessi vengono affrontati durante il corso di lezioni. Alla fine abbiamo raccolto in un capitolo dedicato una serie di problemi trasversali ai vari argomenti e il cui grado di difficoltà è superiore a quello medio dei problemi dei capitoli precedenti. Alcuni di questi problemi sono stati presentati in prove d'esame, intesi come strumento per premiare l'eccellenza. I capitoli suddivisi per argomenti presentano i problemi secondo un ordine di difficoltà grosso modo crescente. Alla fine abbiamo riportato una tabella con alcune costanti universali e una pagina con indicazioni bibliografiche con nostri commenti specifici come utile sorgente di riferimenti. Gli errata verranno riportati sul sito web del libro[2].

Gli autori ringraziano sentitamente la Casa Editrice e il suo staff per l'entusiasta collaborazione. Andrea Zanzi ringrazia la moglie Natalia e la figlia Sofia per averlo accompagnato in ogni pagina del libro. Andrea Zanzi ringrazia inoltre il Dott. Marco Merli per aver alimentato con amicizia l'interesse dell'autore nei confronti della Fisica Generale fin dagli anni del liceo. Cristiano Guidorzi ringrazia i propri cari per la pazienza e il supporto ricevuti costantemente e dedica questo libro alla memoria di nonna Bruna.

Ferrara, Febbraio 2017 *Cristiano Guidorzi, Andrea Zanzi*

[2] http://online.universita.zanichelli.it/guidorzi.

# Indice


**1 Calcolo vettoriale** 1

**2 Cinematica del punto materiale** 11

**3 Dinamica del punto materiale** 27

**4 Lavoro ed energia** 39

**5 Leggi delle forze** 51

**6 Dinamica dei sistemi di punti materiali** 71

**7 Gravitazione newtoniana** 123

**8 Urti** 141

**9 Oscillazioni e Onde** 159

**10 Fluidodinamica** 207

**11 Termodinamica: primo principio** 245

**12 Termodinamica: primo e secondo principio** 257

**13 Selezione di problemi più complessi** 331
- 13.1 Due aste 331
- 13.2 Lastra che scivola 333
- 13.3 Lamina oscillante e rototraslante 334
- 13.4 Un trenino giocattolo 336
- 13.5 Luogo di punti dei perieli (orbita ellittica) 338
- 13.6 Luogo di punti dei perieli (orbita parabolica) 340
- 13.7 Luogo di punti dei perieli (orbita iperbolica) 341
- 13.8 Gravity assist di Giove 344

 ISBN 978-88-08-28001-5

13.9 Anello gravitazionale 348
13.10 Cilindro bucato gravitazionale 351
13.11 Campo centrale in mezzo viscoso 352
13.12 Tubi che si svuotano 354
13.13 Contenitore sospeso di gas 356
13.14 Formula di Binet 359
13.15 Il punto pedale 360
13.16 Punto che scivola sulla lemniscata 363
13.17 L'inseguimento 365
13.18 Lamina sotto il fuoco di mitragliatrice 368
13.19 Sbarre incernierate rotanti con molla 370
13.20 Effetto serra 373
13.21 Pianeta cavo 376
13.22 Random e pseudo-random walk 378
13.23 Due sbarre incernierate lungo una guida 380
13.24 Lamina che poggia sopra una sfera 383
13.25 Guida parabolica e molle 385

# Capitolo 1
# Calcolo vettoriale

## 1.1 Problema

*In un sistema cartesiano Oxy si consideri il punto P di coordinate (3, 2) e due vettori* $\mathbf{a} = -2\,\hat{\imath} + \hat{\jmath}$, $\mathbf{b} = 5\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath}$ *applicati in P. Detto Q il punto del piano tale che il vettore* $\overrightarrow{PQ}$ *sia la risultante della somma dei vettori* **a** *e* **b**, *calcolare il vettore* $\overrightarrow{PQ}$ *esprimendolo in funzione dei versori cartesiani* $(\hat{\imath}, \hat{\jmath})$ *e si calcolino le coordinate del punto. Inoltre, si esprima il vettore* $\overrightarrow{PQ}$ *in funzione dei versori polari* $(\hat{r}, \hat{\theta})$ *nel punto P. Infine, si calcoli il modulo di* $\overrightarrow{PQ}$ *in due modi, ovvero usando sia le coordinate cartesiane che polari, verificando la consistenza del risultato.*

### *Soluzione*

$$\overrightarrow{PQ} = \mathbf{a} + \mathbf{b} = 3\,\hat{\mathbf{i}} + 3\,\hat{\mathbf{j}}\,, \tag{1.1}$$

$$Q = (Q - P) + P = \overrightarrow{PQ} + P = (3,3) + (3,2) = (6,5)\,, \tag{1.2}$$

I versori polari $(\hat{r}, \hat{\theta})$ definiti nel punto $P$ sono esprimibili in funzione dei versori cartesiani secondo le seguenti:

$$\begin{cases} \hat{r} = \cos\theta\,\hat{\mathbf{i}} \quad + \sin\theta\,\hat{\mathbf{j}} \\ \hat{\theta} = -\sin\theta\,\hat{\mathbf{i}} + \cos\theta\,\hat{\mathbf{j}} \end{cases} \tag{1.3}$$

dove $\theta$ in questo caso è l'angolo che il vettore $\overrightarrow{OP}$ forma con l'asse x positivo ($O$ è l'origine del sistema $xy$):

$$\tan\theta = \frac{(P-O)_y}{(P-O)_x} = \frac{2}{3}\,. \tag{1.4}$$

Ora si usano le espressioni del seno e coseno in funzione della tangente di un angolo (in questo caso, prendiamo i valori positivi di entrambi, dato che $P$ si trova nel primo

 ISBN 978-88-08-28001-5

quadrante del piano $xy$):

$$\cos\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \qquad \sin\theta = \pm\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \tag{1.5}$$

$$\begin{cases} \hat{r} = \frac{3}{\sqrt{13}}\,\hat{\mathbf{i}} \quad + \frac{2}{\sqrt{13}}\,\hat{\mathbf{j}} \\ \hat{\theta} = -\frac{2}{\sqrt{13}}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{3}{\sqrt{13}}\,\hat{\mathbf{j}} \end{cases} \tag{1.6}$$

Posto: $\mathbf{v} = \overrightarrow{PQ}$, si ha: $\mathbf{v} = v_r\,\hat{r} + v_\theta\,\hat{\theta}$:

$$v_r = \mathbf{v}\cdot\hat{r} = (3\,\hat{\mathbf{i}} + 3\,\hat{\mathbf{j}})\cdot(\frac{3}{\sqrt{13}}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{2}{\sqrt{13}}\,\hat{\mathbf{j}}) = \frac{15}{\sqrt{13}} \tag{1.7}$$

$$v_\theta = \mathbf{v}\cdot\hat{\theta} = (3\,\hat{\mathbf{i}} + 3\,\hat{\mathbf{j}})\cdot(-\frac{2}{\sqrt{13}}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{3}{\sqrt{13}}\,\hat{\mathbf{j}}) = \frac{3}{\sqrt{13}} \tag{1.8}$$

$$\mathbf{v} = \overrightarrow{PQ} = (\frac{15}{\sqrt{13}}\,\hat{r} + \frac{3}{\sqrt{13}}\,\hat{\theta}) \tag{1.9}$$

Calcoliamo il modulo di $\overrightarrow{PQ}$ dalle coordinate cartesiane:

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9+9} = 3\,\sqrt{2} \tag{1.10}$$

consistente col valore ottenuto dalle coordinate polari:

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \sqrt{\frac{225}{13} + \frac{9}{13}} = 3\,\sqrt{2} \tag{1.11}$$

## 1.2 Problema

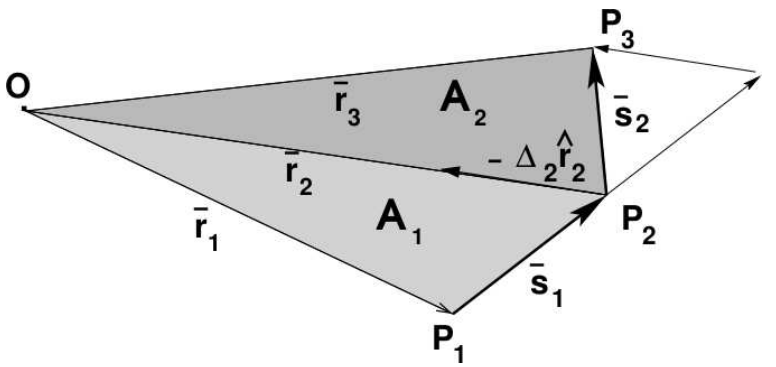
*Si consideri un robot che si sposta su un pavimento compiendo tratti rettilinei. Detto $O$ un punto fisso del pavimento, il robot è stato programmato con la seguente caratteristica: detto $P_1$ il punto di partenza del robot, il primo spostamento che esegue ha una direzione diversa da quella del vettore $\overrightarrow{OP_1}$. Al termine del primo spostamento, il robot usa un algoritmo per determinare lo spostamento successivo: questo è dato dalla somma del vettore spostamento appena compiuto e di un vettore di modulo variabile, diretto verso il punto $O$. Tale procedura viene ripetuta continuamente. Dimostrare che al termine di ogni spostamento, l'area del triangolo formato dalla congiungente il punto $O$ con la posizione del robot e dallo spostamento successivo che si appresta a compiere, è una costante.*

### *Soluzione*

Consideriamo un piano *xy* con origine *O*. Sia $\mathbf{r}_1 = \overrightarrow{OP_1}$ il vettore posizione del robot all'istante di partenza e, in generale, sia $P_n$ il punto in cui si trova il robot prima di compiere l'*n*-esimo spostamento (corrispondentemente, $\mathbf{r_n} = \overrightarrow{OP_n}$ è il relativo vettore posizione). Sia $\mathbf{s}_1$ il primo spostamento eseguito dal robot: quindi, si ha: $|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{s}_1| \neq 0$ poiché i due vettori hanno diverse direzioni. Detta $A_1$ l'area del triangolo formato dai vettori $\mathbf{r}_1$ e $\mathbf{s}_1$, vale la seguente:

$$A_1 = \frac{1}{2}|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{s}_1| \tag{1.12}$$

Al termine dello spostamento $\mathbf{s}_1$ la nuova posizione del robot è data dal vettore




$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + \mathbf{s}_1$. A questo punto, il secondo spostamento $\mathbf{s}_2$ è così calcolato dal robot:

$$\mathbf{s}_2 = \mathbf{s}_1 + (-\Delta_2)\,\hat{r}_2 \tag{1.13}$$

dove $\Delta_2$ è il modulo variabile del vettore diretto verso il punto *O* e $\hat{r}_2$ è il versore del vettore posizione nel punto $P_2$. Pertanto, l'area $A_2$ vale:

$$A_2 = \frac{1}{2}|\mathbf{r}_2 \times \mathbf{s}_2| = \frac{1}{2}|(\mathbf{r}_1 + \mathbf{s}_1) \times (\mathbf{s}_1 - \Delta_2\,\hat{r}_2)| = \frac{1}{2}|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{s}_1 - \Delta_2\,\mathbf{r}_2 \times \hat{r}_2| = \frac{1}{2}|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{s}_1| = A_1 \tag{1.14}$$

e così via la dimostrazione si può reiterare indefinitamente.

## 1.3 Problema

*Usando il calcolo vettoriale, si dimostrino i due teoremi di Euclide.*

Risolvere problemi di fisica è una forma di abilità che richiede studio e costante applicazione, per compenetrare l'aspetto intuitivo con il formalismo. Questo è il cosiddetto "problem solving" in fisica. È soltanto attraverso una costante verifica della propria capacità di saper risolvere problemi di varia difficoltà che lo studente potrà verificare la solidità delle proprie conoscenze.

Nel libro, suddivisi in 12 capitoli (secondo i classici argomenti di un corso di Fisica 1 per i CdS di Fisica, Astrofisica, Chimica e Ingegneria), sono pubblicati oltre 200 problemi, in ordine di difficoltà crescente, tutti forniti di soluzione ampiamente discussa. In un capitolo finale ne sono raccolti alcuni a carattere riepilogativo, più complessi e trasversali agli argomenti.
Sul sito dedicato al libro sono presenti alcuni esercizi interattivi (maggiori informazioni in seconda di copertina).

**Cristiano Guidorzi**, astrofisico, è ricercatore universitario all'Università di Ferrara, dove da diversi anni è titolare del corso di Fisica Generale 1 per i CdS in Fisica.

**Andrea Zanzi**, fisico teorico, ha svolto attività di ricerca in vari istituti europei. Presso l'Università di Ferrara è stato docente incaricato in Fisica generale, Meccanica analitica, Meccanica quantistica e Relatività ristretta.

**GUIDORZI*PROBLEMI FISICA 1 (CEA Q**

ISBN 978-88-08-28001-5

9 788808 280015