

## ERRATA CORRIGE

L. Leuzzi, E. Marinari, G. Parisi, *Calcolo delle probabilità*  
 Zanichelli editore © 2023 ISBN 978.88.0849966.0

### ERRATA

### CORRIGE

#### Capitolo 1, pagina 14, riga 7

Notiamo negli esempi qui sopra che quando si condiziona un evento la sua probabilità non può diminuire. Per esempio  $P(A|H) > P(A)$ ,  $P(H|A) > P(H)$ ,  $P(K|A) > P(K)$ . In generale la condizione del verificarsi di un altro evento non indipendente (e non autoescludente, altrimenti la probabilità condizionata si annulla) restringe lo spazio degli eventi e in questo spazio ristretto le probabilità degli eventi rimasti possibili non possono diminuire: o crescono o, al limite, restano invariate.

Notiamo negli esempi qui sopra che quando si condiziona uno spazio degli eventi la probabilità di un evento intersezione, compatibile con la condizione, non può diminuire. Per esempio  $P(A|H) \geq P(A \cap H)$ ,  $P(H|A) \geq P(A \cap H)$ ,  $P(K|A) \geq P(K \cap A)$ . In generale la condizione del verificarsi di un altro evento non indipendente (e non autoescludente, altrimenti la probabilità condizionata si annulla) restringe lo spazio degli eventi e in questo spazio ristretto le probabilità degli eventi intersezione rimasti possibili non può diminuire: o cresce o, al limite, resta invariata.

#### Capitolo 14, pagina 365, riga 8

$$S[P|R] = - \int dx P(x) \log \frac{P(x)}{R(x)} = \langle \log(R) \rangle_P - \langle \log(P) \rangle_P. \quad (1.1)$$

Si può dimostrare che questa espressione è sempre definita positiva, per qualsiasi forma di  $R(x)$  (purché sia una distribuzione ben normalizzata) ed è invariante per riparametrizzazione delle variabili [29]. Questa entropia regolarizzata si chiama *divergenza di Kullback-Leibler*. Si parla di divergenza perché ci dice quanto sono diverse due distribuzioni di probabilità.

$$S[P|R] = \int dx P(x) \log \frac{P(x)}{R(x)} = - \langle \log(R) \rangle_P + \langle \log(P) \rangle_P. \quad (1.1)$$

Si può dimostrare che questa espressione è sempre definita positiva, per qualsiasi forma di  $R(x)$  (purché sia una distribuzione ben normalizzata) ed è invariante per riparametrizzazione delle variabili [29]. Partiamo dalla disuguaglianza che vale per una qualsiasi funzione concava  $f(x)$  di variabili aleatorie  $x$ : la media della funzione è maggiore della funzione della media:  $\langle f(x) \rangle \geq f(\langle x \rangle)$ . Se mediamo sulla distribuzione  $P(x)$  e scegliamo come funzione concava  $f(x) = -\log(R(x)/P(x))$  otteniamo che  $S[P|R] \geq 0$  (disuguaglianza di Gibbs). Questa entropia regolarizzata si chiama *divergenza di Kullback-Leibler*. Si parla di divergenza perché ci dice quanto sono diverse due distribuzioni di probabilità.

#### Capitolo 14, pagina 367, riga -9

dove  $A > 0$ , perché, come abbiamo visto nel Paragrafo 1.4, condizionando lo spazio degli eventi di  $X$  la probabilità dell'evento  $X = n$  può solo aumentare o restare uguale e, dunque,

$$\frac{P^{(X|Y)}(n|r)}{P^{(X)}(n)} \geq 1.$$

dove  $A > 0$  per la disuguaglianza di Gibbs applicata alla funzione  $-\ln P^{(X)}P^{(Y)}/P^{(X,Y)}$  (si veda l'analoga dimostrazione della positività della formula (14.3)).