Stefano Forte Luca Rottoli

Fisica quantistica

FISICA ZANICHELLI

Stefano Forte Luca Rottoli

Fisica quantistica

FISICA ZANICHELLI

Prefazione

La fisica quantistica è una materia classica: sviluppata circa un secolo fa, è parte integrante della formazione di un fisico da oltre cinquant'anni. Una sua singolare caratteristica è quella di essere tuttora un argomento di ricerca di frontiera. Ancora più singolare è forse il fatto che alcuni dei risultati più recenti, con lo sviluppo della teoria dell'informazione quantistica a partire dall'ultimo decennio del secolo scorso, riguardano non solo applicazioni, per quanto inaspettate, e verifiche sperimentali, per quanto spettacolari, ma toccano il nocciolo stesso della teoria.

L'insegnamento della fisica quantistica è però rimasto sorprendentemente stabile. Negli ultimi anni sono comparsi numerosi eccellenti libri di testo, che seguono sostanzialmente l'impianto dei testi classici scritti intorno alla metà del Novecento, e cioè i trattati di Messiah[1], Schiff[2] (e, in misura minore, Landau[3] e Fermi[4]). L'impostazione di questi testi, ormai diventata tradizionale, presenta la fisica quantistica come il naturale sviluppo della teoria dei quanti di Max Planck e Niels Bohr. La fisica quantistica è vista come evoluzione di una meccanica ondulatoria, formulata in risposta alla crisi della fisica classica che tra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento ha portato alla nascita della fisica atomica.

Questo libro parte dall'ipotesi che un approccio diverso, radicato negli sviluppi più recenti, possa essere concettualmente più soddisfacente e didatticamente più efficace. In particolare, siamo convinti che i principi della fisica quantistica siano più trasparenti se formulati come in qualunque recente testo di informazione quantistica[5], segnatamente, per sistemi con un numero finito di gradi di libertà. La meccanica quantistica è così il risultato dell'applicazione di questi principi alle leggi di base della meccanica, e può essere costruita a partire dalle proprietà di simmetria di quest'ultima.

A dire il vero, un punto di vista simile è alla base di alcune trattazioni altrettanto classiche, come il trattato di Dirac[6] e i libri di testo di Sakurai[7] e Gottfried[8]. Si tratta però di libri avanzati, in genere considerati di difficile accessibilità, forse a dimostrazione del fatto che quando sono stati scritti i tempi non erano maturi per un simile cambiamento di prospettiva. Dopotutto, la fisica è una scienza sperimentale, e gli esperimenti che permettono di motivare la fisica quantistica moderna — uno dei quali verrà adottato come punto di partenza di questo libro — hanno smesso di essere esperimenti ideali e sono diventati reali solo nel corso degli ultimi dieci anni o poco più.

L'approccio adottato qui si basa su due presupposti. Il primo è che le simmetrie forniscono il miglior principio organizzatore nella presentazione della fisica quantistica. Ciò suggerisce di sviluppare la formulazione della meccanica inizialmente in una sola dimensione, per poi passare allo studio di sistemi di più corpi e in più dimensioni. Il secondo è che i metodi algebrici sono in generale più trasparenti rispetto alle tecniche dell'analisi complessa. Ciò porta a privilegiare,

[1] A. Messiah, *Mécanique quantique*, Parigi, 1959.
[2] L.I. Schiff, *Quantum Mechanics*, New York, 1949.
[3] L.D. Landau e E. Lifshitz, *Kvantovaya mehanika*, Mosca, 1947.
[4] E. Fermi, *Quantum Mechanics*, Chicago, 1961.
[5] B. Schumacher e M. Westmoreland, *Quantum Processes, Systems, and Information*, Cambridge, 2010.
[6] P.A.M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Oxford, 1930.
[7] J.J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Menlo Park, California, 1985.
[8] K. Gottfried, *Quantum Mechanics: Fundamentals*, New York, 1966.

 © 978-88-08-62055-2

in linea di massima, le tecniche operatoriali rispetto alla risoluzione di equazioni differenziali, sia nella formulazione della teoria, sia nella discussione delle sue applicazioni.

Questo libro si propone di fornire un'introduzione completa alla fisica quantistica. "Introduzione" significa che non si presuppone alcuna precedente esposizione alla meccanica quantistica o al suo formalismo. Gli unici prerequisiti sono conoscenze di base di analisi matematica, geometria analitica e algebra lineare (a livello dei primi due o tre semestri di qualunque corso di laurea triennale europeo in ambito scientifico), e una familiarità con il linguaggio della meccanica analitica a livello elementare. "Completa" significa che gli argomenti trattati coprono lo spettro di una formazione di base in fisica quantistica non-relativistica e sono sufficienti per affrontare corsi più avanzati, ad esempio di teoria quantistica dei campi o di fisica della materia, senza che sia necessario un successivo corso di meccanica quantistica avanzata. La materia presentata si presta a essere trattata nell'arco di due semestri, in ciascuno dei quali venga discusso il materiale contenuto in tre delle sei sezioni in cui il testo è suddiviso.

La materia trattata è stata organizzata secondo un criterio didattico, anziché enciclopedico, seguendo il criterio di *less is more*: l'obiettivo è fornire le idee e le tecniche che devono far parte del bagaglio culturale di un fisico, piuttosto che un repertorio esaustivo di conoscenze e metodi. La scelta dei temi affrontati è basata sulla convinzione che l'insegnamento della meccanica quantistica abbia una triplice motivazione. La prima è che la fisica quantistica fornisce un linguaggio universale nella formulazione della fisica moderna. Sono quindi stati inclusi argomenti, come l'integrale funzionale o gli stati coerenti, che talvolta non fanno parte del curriculum di base, ma che sono fondamentali per l'uso della fisica quantistica in altri contesti — nel caso specifico, la teoria quantistica dei campi e l'ottica quantistica. La seconda è che la fisica quantistica è una rivoluzione concettuale che richiede un ripensamento radicale di ciò che ci si aspetta da una teoria fisica. Ciò porta a includere argomenti importanti per apprezzare la portata concettuale delle idee quantistiche, quali il teorema di *no cloning* o la decoerenza. La terza è che la meccanica quantistica fornisce un insieme di tecniche importanti per diverse applicazioni. Abbiamo quindi incluso, anche se a livello estremamente introduttivo, argomenti necessari per applicazioni alla fisica della materia o alla fisica nucleare e delle particelle, come la teoria dell'urto.

Abbiamo viceversa appena accennato, od omesso del tutto, diversi argomenti che potrebbero essere adeguatamente discussi solo in un corso monografico, per i quali facciamo quindi riferimento a eccellenti testi recenti. In particolare, la teoria semiclassica della radiazione e uno studio completo della teoria dell'urto[9]; la meccanica statistica quantistica[10]; la teoria dell'informazione e della computazione quantistica[11] e un approccio sistematico alla teoria dell'integrale funzionale[12]. La nostra trattazione non ha pretese di rigore matematico: di nuovo, per una formulazione matematicamente rigorosa della meccanica quantistica facciamo riferimento a testi specializzati[13].

La fisica quantistica è un linguaggio, e come tutti i linguaggi può essere appresa in modo efficace solo con la pratica. Lo svolgimento di esercizi e problemi ne è quindi parte integrante. Ciononostante, non abbiamo fornito una raccolta completa di problemi, in quanto ne esistono già numerose, alle quali non abbiamo nulla da aggiungere. Abbiamo tuttavia incluso nel testo un piccolo numero di esercizi svolti — una quarantina in tutto — sotto forma di complementi. I complementi possono essere fruiti in due modi: come esercizi svolti, appunto — a questo fine ciascuno inizia con una precisa domanda —, oppure come discussione di argomenti e tecniche utili o addirittura indispensabili per le applicazioni: in vista di ciò, ogni complemento porta un titolo. Al termine del testo abbiamo inoltre incluso dieci test di autovalutazione: i primi cinque relativi agli argomenti trattati nelle

[9] S. Weiberg, *Lectures on Quantum Mechanics*, (seconda edizione), Cambridge, 2015.
[10] M. Kardar, *Statistical Phsyics of Particles*, Cambridge, 2007.
[11] B. Schumacher e M. Westmoreland, *op. cit.*; N.D. Mermin, *Quantum Computer Science*, Cambridge, 2007.
[12] J. Zinn-Justin, *Path Integrals in Quantum Mechanics*, Oxford, 2005.
[13] J. Glimm e A. Jaffe, *Quantum Physics*, New York, 1981; J. Dimock, *Quantum Mechanics and Quantum Field Theory*, Cambridge, 2011.

prime tre parti del testo, e gli altri relativi alle ultime tre parti. Si tratta di collezioni di esercizi che possono essere pensati come testi di esame o autoesame. Il loro svolgimento permette di verificare la comprensione di tutti o quasi i principali metodi e applicazioni, escludendo soltanto i temi più concettuali.

Per quanto possa discostarsi dalle trattazioni precedenti, qualunque presentazione di un argomento classico si basa sulla letteratura preesistente, e questo libro non fa eccezione. In generale, non forniremo riferimenti bibliografici alla letteratura originale; le nostre fonti principali sono i numerosi trattati e testi, a cominciare da quelli classici già citati di Landau, Fermi, Dirac, Sakurai e Gottfried, nei confronti dei quali questo libro ha un debito importante. Un debito altrettanto importante è nei confronti dei circa mille studenti che, nel corso degli anni, hanno seguito un corso di meccanica quantistica basato su questi punti di vista presso l'Università di Milano. Sono stati una fonte di dubbi, domande, curiosità e idee che hanno contribuito in modo essenziale a questo testo. Ci auguriamo che questo libro catturi anche un po' del loro interesse e del loro entusiasmo.

Il lavoro di elaborazione che ha portato a questo testo è durato diversi anni. Siamo riconoscenti a molti colleghi, dottorandi e studenti che, nel corso del tempo, hanno espresso commenti e critiche, segnalato errori e imprecisioni, e suggerito miglioramenti: in particolare Simone Alioli, Stefano Carrazza, Stefano Di Vita, Riccardo Fabbricatore, Giancarlo Ferrera, Claudio Muselli, Emanuele R. Nocera, Maria Giulia Ratti, German Sborlini, Giovanni Stagnitto, Alessandro Vicini. Ringraziamo il team editoriale di Zanichelli, per l'aiuto preciso e puntuale nella preparazione del testo finale. È quasi superfluo aggiungere che gli inevitabili errori e imprecisioni restanti sono nostra responsabilità.

Indice

1 Introduzione 1

I Le basi della fisica quantistica 3

2 Concetti fondamentali 5

2.1 Le basi sperimentali della fisica quantistica . . . 5

2.1.1 L'esperimento di Zeilinger . . . 5

2.1.2 Onde e particelle . . . 10

2.1.3 Dall'esperimento ai principi . . . 12

2.2 Stati . . . 13

2.2.1 Bra, ket e sovrapposizione . . . 13

2.2.2 Prodotto scalare . . . 15

2.2.3 Vettori di base e misura . . . 16

2.2.4 La relazione di completezza . . . 17

2.3 Operatori . . . 18

2.3.1 Operatori e matrici . . . 18

2.3.2 Operatore associato a un'osservabile . . . 21

2.3.3 Operatori di proiezione e misure generali . . . 26

2.4 Postulati della meccanica quantistica . . . 28

3 Proprietà quantistiche 31

3.1 Unitarietà . . . 31

3.1.1 Cambiamenti di base . . . 31

3.1.2 Operatori unitari . . . 32

3.1.3 Trasformazioni unitarie di operatori . . . 34

3.2 Indeterminazione . . . 35

3.2.1 Osservabili compatibili e incompatibili . . . 35

3.2.2 Commutazione di operatori . . . 36

3.2.3 Il principio di indeterminazione . . . 38

3.3 Informazione quantistica . . . 41

3.3.1 L'informazione in un qubit . . . 42

3.3.2 La matrice densità . . . 43

3.3.3 La più generale misura . . . 47

3.3.4 Il teorema di no-cloning . . . 50

 © 978-88-08-62055-2

II Fondamenti della meccanica quantistica **53**

4 Quantizzazione canonica: la meccanica quantistica 55
4.1 La rappresentazione delle coordinate . . . 55
4.1.1 L'operatore posizione . . . 56
4.1.2 La distribuzione delta di Dirac . . . 57
4.1.3 Relazione di ortonormalizzazione e risoluzione dell'identità . . . 60
4.1.4 Operatori . . . 61
4.2 L'operatore impulso e le traslazioni . . . 62
4.2.1 Il teorema di Noether . . . 63
4.2.2 Le traslazioni in meccanica quantistica . . . 64
4.2.3 L'operatore impulso . . . 66
4.2.4 Operatori e leggi di conservazione . . . 67
4.2.5 Il commutatore canonico e la quantizzazione canonica . . . 68
4.3 Base delle coordinate e base degli impulsi . . . 69
4.3.1 La base delle coordinate . . . 69
4.3.2 Autostati dell'operatore impulso . . . 72
4.3.3 La base degli impulsi . . . 75

5 Evoluzione temporale 77
5.1 Il generatore dell'evoluzione temporale . . . 77
5.1.1 Traslazioni temporali e leggi di conservazione quantistiche . . . 77
5.1.2 Il teorema di Noether per trasformazioni dipendenti dal tempo . . . 79
5.1.3 Il postulato dell'evoluzione temporale . . . 80
5.2 L'equazione di Schrödinger . . . 81
5.2.1 L'equazione di Schrödinger per la funzione d'onda . . . 81
5.2.2 L'equazione di Schrödinger per l'operatore di evoluzione temporale . . . 84
5.2.3 Evoluzione temporale: hamiltoniana indipendente dal tempo . . . 85
5.2.4 Evoluzione temporale: hamiltoniane commutanti a tempi diversi . . . 86
5.2.5 Evoluzione temporale: hamiltoniane non commutanti a tempi diversi . . . 87
5.2.6 Stati stazionari . . . 88
5.3 Evoluzione temporale alla Schrödinger e alla Heisenberg . . . 90
5.3.1 La rappresentazione di Heisenberg . . . 91
5.3.2 Leggi del moto alla Heisenberg . . . 92
5.3.3 Leggi di conservazione: il teorema di Noether in meccanica quantistica . . . 94
5.3.4 Teorema di Ehrenfest e transizione classico-quantistico . . . 95

III Meccanica quantistica in una dimensione **97**

6 La particella unidimensionale libera 99
6.1 Autostati della hamiltoniana . . . 99
6.1.1 Evoluzione temporale degli stati . . . 100
6.1.2 Equazioni del moto per posizione e impulso . . . 101
6.1.3 Dipendenza dal tempo dell'indeterminazione . . . 104
6.2 Pacchetti d'onde . . . 104
6.2.1 Stati di minima indeterminazione . . . 104
6.2.2 Indeterminazione del pacchetto d'onde . . . 106
6.2.3 Indeterminazione posizione-impulso . . . 108

6.3 MOTO DI UN PACCHETTO D'ONDE . . . 109
6.3.1 Velocità di fase e velocità di gruppo . . . 109
6.3.2 Allargamento di un pacchetto d'onde . . . 110
6.3.3 L'ordine di grandezza degli effetti quantistici . . . 112

7 Problemi unidimensionali 117
7.1 LA BUCA DI POTENZIALE INFINITA . . . 117
7.1.1 Determinazione dello spettro . . . 118
7.1.2 Proprietà delle autofunzioni . . . 120
7.1.3 Degenerazione dello spettro e stati legati . . . 122
7.2 IL GRADINO DI POTENZIALE . . . 125
7.2.1 Funzione a gradino e condizioni di continuità . . . 125
7.2.2 Autofunzioni di energia: stati di scattering . . . 126
7.2.3 Corrente di probabilità . . . 127
7.2.4 Soluzione regressiva . . . 129
7.2.5 Autofunzioni di energia: stati di tunneling . . . 130
7.3 LA BARRIERA DI POTENZIALE . . . 131
7.3.1 Autofunzioni di energia ed effetto tunnel . . . 131
7.3.2 Soluzione generale di tunneling . . . 132
7.3.3 Coefficienti di trasmissione e riflessione . . . 134
7.4 PROBLEMI UNIDIMENSIONALI: UNA DISCUSSIONE QUALITATIVA . . . 134
7.4.1 Le "buche": potenziali con un minimo al finito . . . 135
7.4.2 Barriere e gradini: potenziali senza un minimo al finito . . . 139

8 L'oscillatore armonico 141
8.1 L'OSCILLATORE ARMONICO CLASSICO . . . 141
8.2 LO SPETTRO DELL'OSCILLATORE ARMONICO QUANTISTICO . . . 142
8.2.1 Caratteristiche qualitative dello spettro . . . 142
8.2.2 Operatori di creazione e distruzione . . . 144
8.2.3 Normalizzazione ed elementi di matrice . . . 146
8.3 AUTOFUNZIONI NELLA BASE DELLE COORDINATE . . . 148
8.3.1 Funzione d'onda per lo stato fondamentale . . . 148
8.3.2 Stati eccitati e polinomi di Hermite . . . 149
8.4 EVOLUZIONE TEMPORALE . . . 151
8.4.1 Evoluzione degli operatori posizione e impulso e formule di BCH . . . 151
8.4.2 Evoluzione temporale degli operatori di creazione e distruzione . . . 153
8.5 GLI STATI COERENTI . . . 155
8.5.1 Costruzione e normalizzazione degli stati . . . 155
8.5.2 Posizione e impulso in uno stato coerente . . . 157
8.5.3 Dipendenza temporale . . . 158
8.5.4 Gatti di Schrödinger . . . 159

IV MECCANICA QUANTISTICA IN PIÙ DIMENSIONI 163

9 Sistemi quantistici in più di una dimensione 165
9.1 SPAZI PRODOTTO DIRETTO . . . 165
9.1.1 Sistemi di dimensione finita . . . 166

9.1.2 Più dimensioni e più corpi . . . 167
9.1.3 Sistemi d-dimensionali in coordinate cartesiane . . . 169
9.2 Separabilità . . . 171
9.2.1 Potenziali separabili in coordinate cartesiane . . . 171
9.2.2 Hamiltoniane separabili . . . 172
9.2.3 Esempi tridimensionali . . . 173
9.3 Il problema dei due corpi e i problemi centrali . . . 175
9.3.1 Coordinate baricentrali e relative . . . 175
9.3.2 Cambiamenti lineari di coordinate . . . 178
9.3.3 Problemi centrali . . . 180

10 Il momento angolare 187
10.1 Momento angolare e rotazioni . . . 188
10.1.1 Il caso classico: teorema di Noether . . . 188
10.1.2 Il caso quantistico: generatore delle rotazioni . . . 189
10.2 Proprietà del momento angolare . . . 190
10.2.1 Espressione esplicita . . . 190
10.2.2 Relazioni di commutazione . . . 190
10.3 Lo spettro del momento angolare . . . 192
10.3.1 Costruzione dello spettro . . . 193
10.3.2 Autofunzioni nella base delle coordinate . . . 197
10.4 Lo spin . . . 202
10.4.1 Spin 1 . . . 203
10.4.2 Spin $\frac{1}{2}$ . . . 208
10.5 Composizione di momenti angolari . . . 214
10.5.1 Sistemi con momento angolare orbitale e spin . . . 214
10.5.2 Coefficienti di Clebsch-Gordan e cambi di base . . . 215
10.5.3 Composizione di due spin $\frac{1}{2}$ . . . 218

11 Problemi tridimensionali 223
11.1 L'equazione di Schrödinger radiale . . . 223
11.1.1 Funzione d'onda radiale . . . 225
11.1.2 Condizioni al contorno e andamenti asintotici . . . 226
11.1.3 La particella libera . . . 228
11.2 L'oscillatore armonico isotropo . . . 229
11.2.1 Stati con $\ell = 0$ . . . 229
11.2.2 Costruzione degli stati con ℓ generico . . . 230
11.2.3 Spettro e degenerazione . . . 233
11.2.4 Il teorema di degenerazione . . . 234
11.2.5 Simmetria dell'oscillatore tridimensionale isotropo . . . 235
11.3 Il potenziale coulombiano . . . 239
11.3.1 Analisi dimensionale . . . 239
11.3.2 Il modello di Bohr . . . 243
11.3.3 Il problema di Keplero e le sue simmetrie . . . 245
11.3.4 Leggi di conservazione nel caso quantistico . . . 247
11.3.5 Costruzione dello spettro . . . 249
11.3.6 Degenerazione e base fisica . . . 251
11.3.7 Autofunzioni nella base delle coordinate . . . 252

V METODI DI APPROSSIMAZIONE 257

12 Il limite classico della meccanica quantistica 259
12.1 L'azione in meccanica classica . . . 259
12.1.1 Azione e traiettoria classica . . . 260
12.1.2 La teoria di Hamilton-Jacobi . . . 262
12.2 L'azione in meccanica quantistica . . . 264
12.2.1 Il propagatore . . . 265
12.2.2 Propagatore e azione . . . 267
12.2.3 L'integrale di cammino . . . 269
12.2.4 L'approccio di Feynman: l'equazione di Schrödinger dal path integral . . . 273
12.3 L'approssimazione WKB . . . 275
12.3.1 Limite semiclassico dell'equazione di Schrödinger . . . 275
12.3.2 Correzioni al primo ordine e approssimazione semiclassica . . . 276
12.3.3 Validità dell'approssimazione semiclassica . . . 277
12.3.4 Trattazione semiclassica della buca di potenziale . . . 278

13 La teoria delle perturbazioni 283
13.1 Perturbazioni indipendenti dal tempo . . . 283
13.1.1 Spettro non degenere . . . 284
13.1.2 Caso degenere . . . 287
13.2 Perturbazioni dipendenti dal tempo . . . 288
13.2.1 La rappresentazione di interazione . . . 288
13.2.2 Sviluppo perturbativo dipendente dal tempo . . . 290
13.2.3 La regola aurea di Fermi . . . 291
13.3 Concetti base della teoria dell'urto . . . 293
13.3.1 Sezione d'urto . . . 293
13.3.2 Spazio delle fasi e fattore di flusso . . . 294
13.3.3 L'approssimazione di Born . . . 295

VI SISTEMI DI MOLTI CORPI 299

14 Particelle identiche 301
14.1 Indistinguibilità quantistica . . . 301
14.1.1 L'operatore di scambio . . . 302
14.1.2 Sistemi di n particelle e degenerazione di scambio . . . 304
14.1.3 Stati simmetrici e antisimmetrici . . . 305
14.2 Statistiche quantistiche . . . 306
14.2.1 Separabilità e principio di esclusione . . . 307
14.2.2 Il teorema spin-statistica . . . 308

15 Entanglement 313
15.1 Matrice densità . . . 313
15.1.1 Meccanica statistica . . . 314
15.1.2 Matrice densità e misure parziali . . . 314
15.1.3 Entanglement e media sui sottosistemi . . . 316
15.2 Fisica quantistica e realismo locale . . . 318
15.2.1 L'esperimento di Einstein-Podolsky-Rosen . . . 318

15.2.2 Variabili nascoste . . . 320
15.2.3 La disuguaglianza di Bell . . . 322
15.3 Il problema della misura . . . 326
15.3.1 Decoerenza . . . 327
15.3.2 Misura e informazione . . . 328

Appendice **329**

A Test di autovalutazione 331
A.1 La particella libera . . . 331
A.2 Il potenziale lineare . . . 332
A.3 La buca di potenziale infinita . . . 333
A.4 Il potenziale deltiforme . . . 334
A.5 L'oscillatore armonico . . . 335
A.6 L'atomo di idrogeno in campo elettrico . . . 336
A.7 L'atomo di elio . . . 336
A.8 Oscillatori armonici accoppiati . . . 337
A.9 Buca di potenziale cubica . . . 338
A.10 Livelli di Landau . . . 339

Lista dei complementi 341

Indice analitico 343

1
Introduzione

La nascita della fisica quantistica segna una netta cesura con tutta la fisica precedente. La traiettoria della fisica classica, che comprende meccanica ed elettromagnetismo, si conclude all'inizio del Novecento, con la formulazione dell'elettrodinamica relativistica e della relatività generale, la teoria di campo classica della gravità. La fisica quantistica cambia completamente questo quadro concettuale. Cambia infatti, nell'ambito delle teorie fisiche, il significato di predittività e di realtà. Cambia il significato di predittività perché uno dei principi della fisica quantistica è che la fisica non può, in generale, prevedere gli eventi futuri, ma solo calcolarne la probabilità. Cambia il concetto di realtà perché la fisica quantistica è incompatibile con il "realismo locale", cioè con il principio (in cui Einstein fermamente credeva) per cui i risultati delle misure eseguite sui sistemi fisici devono essere la manifestazione di proprietà oggettive possedute dagli oggetti prima di venir misurate.

Questi cambiamenti concettuali modificano di fatto anche il concetto di teoria fisica fondamentale, poiché inevitabilmente superano il riduzionismo meccanico che aveva portato Maxwell a sperare, sulla falsariga della riduzione della termodinamica a meccanica statistica, che l'elettromagnetismo potesse essere ricondotto alla meccanica. La fisica quantistica sostituisce l'ipotesi che tutta la fisica sia riducibile alla meccanica con un insieme di principi universali, che devono essere soddisfatti da qualunque teoria. Da questo punto di vista, la portata della fisica quantistica è simultaneamente maggiore e minore di quella della meccanica classica. Maggiore, perché la fisica quantistica fornisce una grammatica universale: un insieme di principi che qualunque teoria fisica deve soddisfare. Minore, dal momento che è un insieme di regole privo di contenuti: una grammatica, appunto.

L'applicazione del linguaggio della fisica quantistica a specifici sistemi fisici porta alla meccanica quantistica, alla teoria quantistica dei campi, all'ottica quantistica e così via. Allo stato attuale delle nostre conoscenze non esiste fisica non quantistica: le regole della fisica quantistica hanno validità universale. Al più, possono esistere sistemi la cui natura quantistica è nascosta. Per questi sistemi una descrizione classica risulta adeguata e fornisce una buona approssimazione di un comportamento quantistico che sarebbe visibile, almeno in linea di principio, eseguendo misure sufficientemente precise.

La fisica quantistica è nata all'inizio del Novecento dall'impossibilità di spiegare classicamente alcuni risultati sperimentali relativi alla fisica atomica e all'interazione fra radiazione elettromagnetica e materia alla scala atomica. Ciò è dovuto al fatto che gli effetti quantistici si manifestano

 © 978-88-08-62055-2

in sistemi con pochi gradi di libertà (in un senso che sarà precisato più avanti), ben isolati dall'ambiente, ma gli specifici ambiti in cui la scoperta è avvenuta, per l'appunto quelli della fisica atomica e dell'interazione radiazione-materia, rivestono un ruolo accidentale. Questa origine storica della fisica quantistica ha contribuito a renderla una materia particolarmente ostica: il suo già dirompente contenuto concettuale si è infatti combinato con un insieme di complicazioni tecniche legate alla natura particolarmente complessa dei sistemi atomici, nei quali le leggi fondamentali della fisica quantistica si manifestano solo in modo indiretto.

La meccanica quantistica è spesso descritta come incomprensibile, talvolta citando Feynman, che, facendo lezione a un pubblico di profani negli anni '60, diceva "ritengo di poter affermare che nessuno capisce la meccanica quantistica"[1], oppure Niels Bohr, che discutendo con Heisenberg e Pauli nello stesso periodo diceva "chi non è sconcertato dalla meccanica quantistica non può averla capita"[2]. Tuttavia, quello che sia Feynman sia Bohr intendevano realmente dire è che cercare di comprendere la fisica quantistica in termini classici è vano, e che non si può far altro che prendere atto della sua irriducibilità concettuale.

Quello che cinquant'anni fa appariva difficile da accettare è ora patrimonio comune: la presunta incomprensibilità della fisica quantistica è retaggio del passato. Gli sviluppi sperimentali e teorici degli ultimi anni hanno infatti progressivamente portato non solo alla convinzione della validità universale dei principi quantistici, ma anche alla loro ingegnerizzazione. Nel ventunesimo secolo si capisce la fisica quantistica abbastanza bene da poterla mettere alla prova in modo sottile e raffinato, tanto da sfruttarne proprio gli aspetti più sorprendenti, come la natura fondamentalmente stocastica e il fallimento del realismo locale, per sviluppare applicazioni tecnologiche.

Oggi abbiamo la fortuna di poter vedere l'edificio della meccanica quantistica nel suo complesso e di poter costruire la fisica quantistica a partire dai suoi principi primi, che sono stati soggetti a verifiche sperimentali accurate e convincenti. Qui seguiremo questo cammino: il nostro punto di partenza saranno alcuni esperimenti recentemente realizzati, che espongono in modo inequivocabile i principi della fisica quantistica. In questo modo seguiremo la strada tracciata proprio da Feynman, per il quale questi esperimenti erano ancora in gran parte ideali.

Nella prima parte del testo questi esperimenti ci serviranno a formulare i principi della fisica quantistica nella loro forma matematicamente più semplice: il formalismo sarà sviluppato facendo esplicito riferimento a sistemi con un numero finito di stati, e spesso a sistemi di un singolo *qubit*. Nella seconda parte passeremo quindi alla formulazione della meccanica quantistica, a partire da uno studio del modo in cui le simmetrie sono realizzate in meccanica classica. Nella terza parte la meccanica quantistica sarà studiata nel caso unidimensionale, a partire dalla particella libera fino ad arrivare al classico problema delle piccole oscillazioni attorno a un minimo stabile, ossia il problema del moto armonico. Nella quarta parte introdurremo il concetto di spazi prodotto diretto, che ci permetterà di affrontare problemi multidimensionali, il problema dei due corpi e, dopo un'ampia discussione del momento angolare, il classico problema dello studio di potenziali idrogenoidi. Passeremo quindi nella quinta parte a uno studio dei principali metodi di approssimazione: l'approssimazione semiclassica, che ci permetterà di introdurre la formulazione alla Feynman della meccanica quantistica, la teoria delle perturbazioni indipendenti dal tempo, e la teoria delle perturbazioni dipendenti dal tempo e le basi della teoria dell'urto. Infine, nella sesta parte affronteremo brevemente le situazioni di problemi multidimensionali non separabili: particelle identiche e statistiche quantistiche, problema dell'*entanglement* e disuguaglianze di Bell.

[1] R.P. Feynman, *The Character of Physical Law*, Cambridge, Massachusetts, 1965, capitolo 6.
[2] W. Heisenberg, *Der Teil und Das Ganze*, Piper, München, 1969, capitolo 17.

Parte I

Le basi della fisica quantistica

2
Concetti fondamentali

La formulazione della fisica quantistica è storicamente il risultato di un cammino lungo e tortuoso. L'insieme di principi fondamentali risultante tuttavia è semplice e compatto, anche se molto sorprendente. Come sottolineato da Feynman[1], questi principi emergono chiaramente in un esperimento rimasto a lungo ideale: l'esperimento della doppia fenditura. Solo una modifica delle leggi fondamentali della fisica permette di spiegare i risultati di questo esperimento. L'esperimento della doppia fenditura oggi non è più ideale. Seguendo Feynman, lo prenderemo come punto di partenza della nostra discussione: dopo una descrizione di una sua recente e abbastanza spettacolare realizzazione, costruiremo il formalismo che ci permette di descriverne i risultati.

2.1 Le basi sperimentali della fisica quantistica

Dopo essere rimasto a lungo un esperimento ideale, l'esperimento della doppia fenditura è stato realizzato nella seconda metà del Novecento usando fasci di particelle subatomiche. Ciò può lasciare il dubbio che il controintuitivo comportamento osservato sia legato alle proprietà delle particelle e non alle leggi fondamentali della fisica, e fa sì che la sua interpretazione possa prestarsi a diverse obiezioni. All'inizio del XXI secolo, l'esperimento è stato realizzato da A. Zeilinger e collaboratori[2] usando molecole giganti, ossia oggetti semi-macroscopici (mesoscopici).

2.1.1 L'esperimento di Zeilinger

L'esperimento che descriviamo è un esperimento di diffusione. Una sorgente emette delle particelle in direzione di una parete impermeabile con due fenditure. A una certa distanza da questa parete è posto uno schermo. Le particelle che non vengono fermate dalla parete passano attraverso le fenditure e colpiscono lo schermo. Possiamo quindi misurare il numero di particelle che arrivano in diversi punti dello schermo con una, o l'altra, o entrambe le fenditure aperte.

Chiediamoci che cosa ci aspettiamo di vedere sullo schermo se le particelle sono oggetti classici — ad esempio, palline da ping-pong, o granelli di sabbia, sparati uno per uno contro lo schermo.

[1] R.P. Feynman, *op. cit.*; R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Reading, Massachusetts, 1965.

[2] O. Nairz, M. Arndt e A. Zeilinger, *Am. J. Phys.* **71** (2003) 319.

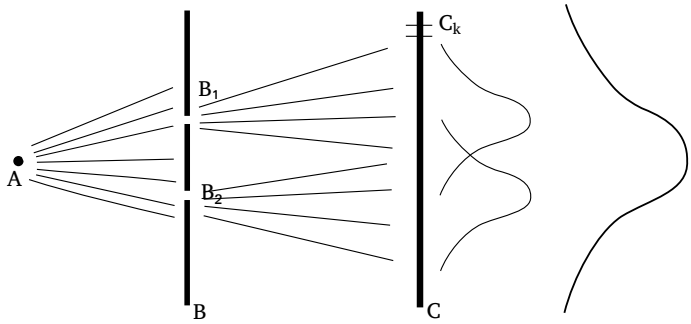

Figura 2.1. Distribuzione delle probabilità nel caso di granelli di sabbia.

Supponiamo che la velocità e la direzione iniziale dei granelli non siano note esattamente, ma ne sia nota solo una distribuzione di probabilità: ciascun granello di sabbia ha una certa probabilità di essere sparato in una data direzione con una velocità fissata. A questa distribuzione di probabilità corrisponde una distribuzione di risultati sullo schermo (si veda la Fig. 2.1). Facciamo l'ipotesi che i granelli di sabbia siano sparati uno per volta, e che interagiscano solo con lo schermo, ad esempio realizzando l'esperimento nel vuoto, in modo che non possano esserci interazioni con l'aria, o con l'ambiente. In tal caso, la distribuzione di risultati sullo schermo riflette la distribuzione iniziale di velocità, l'urto dei granelli con lo schermo, e nient'altro.

Possiamo misurare questa distribuzione di risultati contando quanti granelli arrivano in ogni punto dello schermo. Basta ripetere l'esperimento un numero molto grande di volte — accertandoci che ogni ripetizione sia assolutamente identica. Facendo il grafico dei risultati determiniamo la probabilità che il granello colpisca lo schermo in ogni punto. È chiaro che la distribuzione ottenuta con entrambe le fenditure aperte è la media delle distribuzioni corrispondenti al caso in cui è aperta ciascuna delle due fenditure, pesata con la probabilità che il granello passi proprio da quella fenditura.

Se chiamiamo $P(A \to C_k)$ la probabilità che un granello di sabbia arrivi in C_k sullo schermo partendo dalla sorgente A, $P(A \to B_i)$ la probabilità che arrivi alla fenditura B_i partendo dalla sorgente, e $P(B_i \to C_k)$ la probabilità che arrivi in C_k partendo dalla fenditura B_i, abbiamo:

$$P(A \to C_k) = P(A \to B_1)P(B_1 \to C_k) + P(A \to B_2)P(B_2 \to C_k). \tag{2.1}$$

Per dimostrarlo, osserviamo che il numero totale di granelli di sabbia rivelati in un punto qualunque dello schermo è la somma di quelli che vi sono arrivati passando per la prima fenditura, più quelli che invece sono passati per la seconda:

$$N(A \to C_k) = \sum_{i=1}^{2} N(B_i \to C_k), \tag{2.2}$$

avendo chiamato $N(A \to C_k)$ il numero totale di granelli arrivati in C_k, e $N(B_i \to C_k)$ il numero di quelli che vi sono arrivati passando per B_i. Ma la probabilità $P(A \to C_k)$ non è altro che il numero di granelli rivelati in C_i, diviso per il numero totale di granelli:

$$N(A \to C_k) = N_{\text{tot}} P(A \to C_k), \tag{2.3}$$

così come la probabilità $P(A \to B_i)$ è

$$N(A \to B_i) = N_{\text{tot}} P(A \to B_i). \tag{2.4}$$

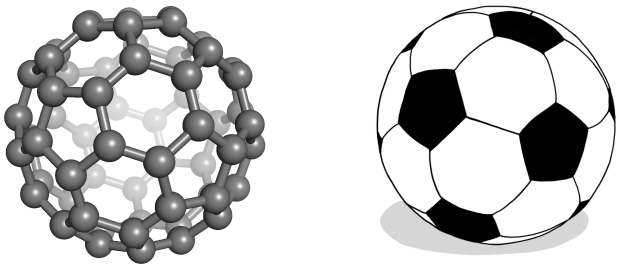

Figura 2.2. I sessanta atomi di carbonio che formano la molecola del fullerene formano i vertici di un icosaedro troncato, il solido archimedeo che ha fatto da modello a numerosi palloni da calcio.

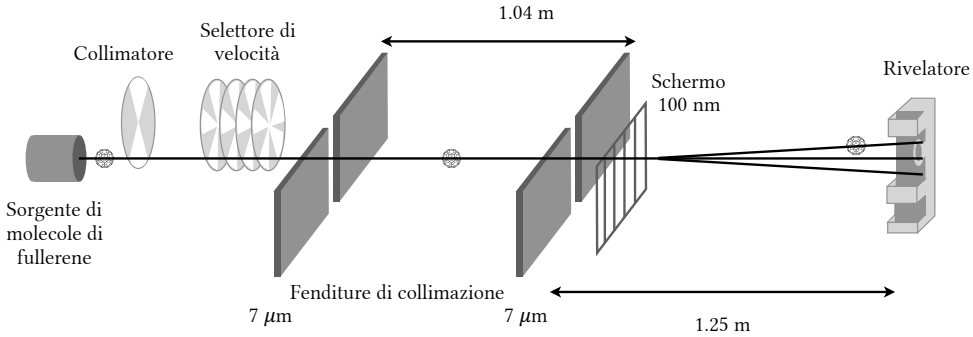

Figura 2.3. Apparato sperimentale usato da Zeilinger e collaboratori nell'esperimento di diffrazione con molecole di fullerene.

A sua volta, la probabilità che un granello arrivi in C_i passando da B_j si ottiene dividendo il numero di granelli giunti in C_i attraverso B_j per il numero totale di granelli passati per B_j:

$$N(B_i \to C_k) = N(A \to B_i)P(B_i \to C_k). \tag{2.5}$$

La regola di composizione delle probabilità della Eq. (2.1) si ottiene immediatamente sostituendo le espressioni dei numeri di granelli delle Eq. (2.3-2.5) in termini di probabilità nella Eq. (2.2).

Zeilinger ha realizzato questo esperimento usando molecole di fullerene (C_{60}). Si tratta di molecole giganti, fatte di 60 atomi di carbonio disposti lungo i vertici di un icosaedro troncato, come mostrato in Fig. 2.2. Il diametro di ogni molecola è dell'ordine di 10 Å, cioè 1 nm = 10^{-9} m. Si tratta quindi di oggetti mesoscopici, la cui taglia è parecchio più piccola di quella di un granello di sabbia, il cui diametro è dell'ordine del decimo di millimetro (10^{-4} m), ma un centinaio di volte più grande di un atomo di idrogeno. L'apparato sperimentale è mostrato schematicamente in Fig. 2.3.

Le molecole vengono emesse con una velocità media di 200 m/s da una sorgente, e passano inizialmente attraverso un collimatore e un selettore di velocità: il primo riduce la dispersione spaziale delle molecole, e il secondo ne riduce la dispersione in velocità. In sostanza, le molecole hanno tutte circa la stessa direzione e la stessa velocità. Le molecole passano quindi attraverso uno schermo in cui sono praticate più fenditure e colpiscono infine uno schermo rivelatore in cui ne viene rivelata la posizione. La distanza tra la sorgente e lo schermo con le fenditure è simile a quella tra esso e lo

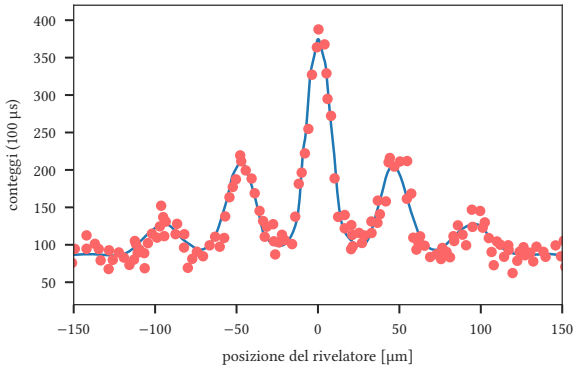

Figura 2.4. Risultati sperimentali dell'esperimento di Zeilinger; la curva è un'interpolazione numerica (dati da Nairz et al. (2003)[2]).

schermo rivelatore e pari a circa un metro. Lo schermo con le fenditure è di nitruro di silicio (SiN), è spesso 200 nm e ha fenditure larghe di 55 nm e distanziate tra loro 100 nm. Parte della difficoltà dell'esperimento consiste nella realizzazione di questo schermo: è necessario infatti che le fenditure siano sufficientemente ampie da permettere il passaggio delle molecole. D'altra parte, per capire come interpretare i risultati dell'esperimento è necessario che le fenditure siano sufficientemente strette perché ciascuna di esse possa essere vista come se fosse una sorgente puntiforme di molecole. L'ampiezza della fenditure deve essere quindi dello stesso ordine di grandezza del diametro delle molecole, ma tale da consentirne il passaggio: cosa tecnologicamente non facile da realizzare.

La posizione delle molecole quando incidono sul rivelatore viene determinata utilizzando un fascio laser, diretto parallelamente allo schermo, ma perpendicolarmente alla direzione delle particelle — cioè, facendo riferimento alla Fig. 2.1, diretto perpendicolarmente al piano della figura, in corrispondenza del rivelatore. Il fascio ha una larghezza di 2 µm. Ogni volta che una molecola colpisce il rivelatore in corrispondenza del fascio laser, viene ionizzata da quest'ultimo; la molecola ionizzata è deflessa da un campo elettrico e genera così un segnale che permette il conteggio delle molecole. Il fascio viene spostato lungo il rivelatore in passi di 8 µm: la distribuzione di probabilità si ottiene dal conteggio delle molecole rivelate dal laser in un certo intervallo di tempo in ognuno dei punti campionati.

È importante notare che la distribuzione di probabilità si riferisce a eventi singoli: in ogni caso il rilevatore osserva una sola molecola. Il fatto che siano osservati eventi singoli è una caratteristica unica dell'esperimento di Zeilinger. Esperimenti di questo genere erano infatti stati realizzati in precedenza con fasci di particelle: in tal caso, può sorgere il dubbio che il comportamento osservato sia una proprietà collettiva delle particelle del fascio, che interagiscono fra loro.

Nell'esperimento di Zeilinger si osserva il comportamento di una particella per volta: ogni conteggio corrisponde a una singola molecola, emessa dalla sorgente, passata attraverso lo schermo con le fenditure, e rivelata in corrispondenza dello schermo finale. Infatti il flusso di molecole è di 3×10^9 cm^{-2} s^{-1}, che corrisponde a una distanza media tra le molecole di 200 µm, 10^5 volte il raggio della singola molecola, e oltre 1000 volte maggiore della massima portata delle forze tra molecole (forze di van der Waals), che è al massimo di circa 100 nm. È quindi esclusa qualunque interazione tra diverse molecole: l'esperimento è a tutti gli effetti eseguito osservando una molecola alla volta.

Il risultato dell'esperimento è rappresentato in Fig. 2.4: la distribuzione dei conteggi di molecole sul rivelatore sembra fornire una figura d'interferenza. Questo è il comportamento che si osserverebbe se attraverso le fenditure passassero le onde di un fluido.

Appendice

Le tracce di soluzione dei test di autovalutazione pubblicati in Appendice sono presenti sul sito online.universita.zanichelli.it/forte.

A
Test di autovalutazione

A.1 La particella libera

Considerare una particella libera di massa m in una dimensione, la cui funzione d'onda al tempo $t = 0$ nella base delle coordinate sia data da

$$\langle x|\psi\rangle = \mathcal{N} f(x), \tag{A.1}$$

dove

$$f(x) \equiv e^{ik_0 x} e^{-\alpha x^2/2}, \qquad \mathcal{N} \equiv \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}}, \tag{A.2}$$

e α e k_0 sono numeri reali positivi.

1. Determinare i valori medi degli operatori posizione e impulso e le loro indeterminazioni nello stato dato.

2. Determinare i valori medi degli operatori posizione e impulso e le loro indeterminazioni a qualunque tempo successivo t.

3. Sviluppare la funzione d'onda del sistema su una base di autofunzioni dell'energia, e scriverne l'espressione a qualunque tempo t.

4. Dimostrare che la funzione d'onda al tempo t si può scrivere come

$$\psi(x,t) = e^{i\lambda(t)} \bar{\mathcal{N}} \bar{f}(x,t), \tag{A.3}$$

dove la fase $\lambda(t)$ è una funzione reale del tempo e dei parametri del problema,

$$\bar{\mathcal{N}} = \frac{\mathcal{N}}{\sqrt{z(t)}} \tag{A.4}$$

e $\bar{f}(x,t)$ si ottiene dalla funzione $f(x)$ della Eq. (A.2) mediante le due sostituzioni

$$x \to x(t) \equiv x - \frac{\hbar k_0}{m} t, \qquad \alpha \to \alpha(t) \equiv \frac{\alpha}{z(t)}, \tag{A.5}$$

dove $z(t)$ è una funzione complessa del tempo e dei parametri del problema. Determinare le funzioni $\lambda(t)$ e $z(t)$.

5. Scrivere la densità di probabilità dei risultati di una misura di posizione al tempo t, e utilizzare il risultato per determinare l'indeterminazione in posizione a ogni tempo. Confrontare il risultato con il punto 2.

6. Determinare il valor medio dell'operatore $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ nello stato in cui il sistema si trova al tempo t.

7. Determinare la densità di probabilità di posizione nel limite $\alpha \to \infty$ sia al tempo $t = 0$ che a qualunque altro tempo t. Commentare il risultato alla luce del principio di indeterminazione.

A.2 Il potenziale lineare

Sia data la hamiltoniana che descrive il moto di una particella soggetta a una forza costante (potenziale lineare):

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \kappa\hat{x}, \tag{A.6}$$

dove $\hat{x}$ e $\hat{p}$ sono i consueti operatori posizione e impulso, e κ è una costante reale positiva.

1. Determinare i seguenti commutatori

$$[H, \hat{p}], \quad [H, \hat{x}], \quad [H, \hat{p}^2], \quad [H, \hat{x}^2] \tag{A.7}$$

   e discutere quali tra i seguenti operatori possono essere diagonalizzati simultaneamente: H, $\hat{x}$, $\hat{p}$, T, V, dove T e V sono, rispettivamente, l'energia cinetica e l'energia potenziale.

2. Determinare la dipendenza dal tempo degli operatori T e V (energia cinetica e potenziale) in rappresentazione di Heisenberg sia in forma differenziale che integrale, confrontare i risultati tra di loro, e interpretare il risultato in termini della proprietà di invarianza della hamiltoniana.

3. Discutere la dipendenza dal tempo di $\hat{x}$ e $\hat{p}$, ottenuta al punto precedente, in termini delle proprietà di invarianza della hamiltoniana (A.6). Determinare l'effetto della trasformazione generata dall'operatore $\hat{x}$ sulla hamiltoniana, e interpretare il risultato.

4. Determinare le autofunzioni della hamiltoniana della Eq. (A.6)

$$H|\psi_E\rangle = E|\psi_E\rangle \tag{A.8}$$

   nella base degli impulsi, ossia come funzioni

$$\langle p|\psi_E\rangle = \psi_E(p). \tag{A.9}$$

5. Determinare la dipendenza dal tempo dell'operatore $A = \hat{x}\hat{p}$. Calcolare inoltre

$$\frac{d}{dt}\langle\psi_E|\hat{x}\hat{p}|\psi_E\rangle, \tag{A.10}$$

   dove $|\psi_E\rangle$ sono gli autostati di energia della Eq. (A.8).

6. Usare il risultato della domanda precedente per dimostrare che $\langle\psi_E|T|\psi_E\rangle$ e $\langle\psi_E|V|\psi_E\rangle$ sono proporzionali e determinare il coefficiente di proporzionalità.

Lista dei complementi

1 Potenze e funzioni di una matrice . . . 20
2 Aggiunto del prodotto di operatori . . . 23
3 Parte hermitiana e parte anti-hermitiana di un operatore . . . 24
4 Operatori di proiezione: definizione e proprietà . . . 27

5 Operatori unitari ed hermitiani . . . 33
6 Commutatore e anticommutatore . . . 36
7 Commutatore del prodotto di operatori . . . 38
8 Unicità della matrice densità . . . 46
9 Matrice densità in assenza di informazione . . . 49

10 Delta di Dirac di una funzione . . . 59
11 Operatore parità . . . 62
12 Le dilatazioni e il loro generatore . . . 70

13 Inversione temporale . . . 82
14 Evoluzione temporale di un sistema a due livelli I . . . 85
15 Evoluzione temporale di un sistema a due livelli II . . . 90

16 Il potenziale lineare . . . 102
17 Allargamento del pacchetto d'onde in rappresentazione di Schrödinger . . . 111

18 Buca di potenziale non centrata nell'origine . . . 123

19 Parità e autofunzioni dell'oscillatore armonico . . . 150
20 Oscillatore armonico traslato . . . 154

21 Operatori posizione e impulso in d dimensioni . . . 169
22 Parità e scambio . . . 177
23 Parità in coordinate sferiche . . . 180
24 Integrazione per parti in coordinate sferiche . . . 184

25 Trasformazione di operatori vettoriali sotto rotazioni . . . 191
26 Precessione del momento angolare . . . 192
27 Relazioni di indeterminazione per i momenti angolari . . . 195
28 Funzioni d'onda e momento angolare . . . 197
29 Delta di Dirac in coordinate sferiche . . . 200
30 Base cartesiana e base circolare per lo spin 1 . . . 207
31 Misure di spin, spinori e bilineari fermionici . . . 210
32 Precessione dei momenti angolari e rotazioni . . . 212
33 Interazione spin-orbita e spin-spin . . . 217

 © 978-88-08-62055-2

34 Composizione sequenziale di momenti angolari 220
35 Calcolo di coefficienti di Clebsch-Gordan 221

36 Sistemi di riferimento rotanti 224
37 Oscillatore armonico bidimensionale e bosoni di Schwinger 237
38 Analisi dimensionale e teorema del viriale 240
39 Raggio semiclassico dell'atomo di idrogeno 254

40 Proprietà del propagatore 266
41 Integrale di cammino per la particella libera 270

42 Potenziale di Yukawa 297

43 Misura di posizione per un sistema di particelle identiche 307

Stefano Forte, Luca Rottoli

Fisica quantistica

La fisica quantistica è nata all'inizio del '900 dall'impossibilità di spiegare classicamente alcuni risultati sperimentali relativi alla fisica atomica e all'interazione tra radiazione elettromagnetica e materia alla scala atomica. Attualmente è diventata una grammatica universale – cioè un insieme di principi che qualunque teoria fisica deve soddisfare – che cambia radicalmente il quadro concettuale della fisica classica, modificando il significato di predittività e di realtà. Oggi non esiste fisica non quantistica.

Questa origine storica ha contribuito alla fama della fisica quantistica come di una materia particolarmente ostica. Dall'esigenza di smarcarsi dalla sua presunta incomprensibilità e di fornirne un'introduzione completa è nato questo manuale, alla portata di uno studente che si affacci alla meccanica quantistica e al suo formalismo per la prima volta.

Gli autori hanno scelto un **approccio radicato negli sviluppi più recenti**, concettualmente più appropriato e didatticamente più efficace; in particolare, i principi della fisica quantistica sono resi più trasparenti perché formulati per sistemi con un numero finito di gradi di libertà. La meccanica quantistica diventa così il risultato dell'applicazione di questi principi alle leggi di base della meccanica e può essere costruita a partire dalle proprietà di simmetria di quest'ultima.

La materia è stata organizzata secondo un criterio di **sinteticità** e la trattazione rispecchia due convinzioni: che le **simmetrie** forniscano appunto il miglior principio organizzatore nella presentazione della materia (si inizia perciò con la formulazione della meccanica in una sola dimensione per poi passare allo studio di sistemi in più dimensioni); che i **metodi algebrici** siano in generale più comprensibili rispetto alla risoluzione di equazioni differenziali.

Gli argomenti coprono lo spettro di una formazione di base in fisica quantistica non-relativistica e sono sufficienti per affrontare corsi più avanzati. Infine, dal momento che imparare a risolvere esercizi e problemi è fondamentale per lo studente, nel libro si trovano:

- *esercizi dimostrativi* completamente svolti (almeno un paio per capitolo)
- una raccolta di *temi d'esame* (ciascuno composto da 6/7 esercizi e una domanda aperta) suddivisi in due parti, da usare come test di autovalutazione.

Stefano Forte è professore ordinario di Fisica teorica all'Università degli Studi di Milano. Per Zanichelli ha curato anche la seconda edizione italiana di *Meccanica quantistica moderna*, di Sakurai e Napolitano (2014).
Luca Rottoli è ricercatore post-dottorale all'Università degli Studi di Milano-Bicocca.

Le risorse digitali

online.universita.zanichelli.it/forte
A questo indirizzo sono disponibili le risorse digitali di complemento al libro.

FORTE*ROTTOLI*FISICA QUANTISTICA
ISBN 978-88-08-62055-2
9 788808 620552
0 1 2 3 4 5 6 7 8 (60D)

Al pubblico € 32,00 • • •
In caso di variazione Iva o cambiamento prezzo consultare il sito o il catalogo dell'editore
www.zanichelli.it