

---

## Presentazione

Questo manuale, frutto di una lunga esperienza didattica rivolta agli studenti della Facoltà di Ingegneria di Cagliari, è un'introduzione essenziale ai principi fisici che sono alla base della comprensione dei semiconduttori.

Come dichiarato dall'autore, e sottolineato dal titolo stesso, l'enfasi dell'esposizione è più sulla fisica che sugli aspetti della costruzione e del funzionamento dei dispositivi. Proprio per questo il manuale risulta un riferimento utile anche per studenti di altre discipline scientifiche che intendano affrontare per la prima volta lo studio di questo importante campo della fisica della materia.

La comprensione delle proprietà fisiche dei semiconduttori è strettamente legata alla conoscenza di come gli elettroni si comportano all'interno del materiale e come rispondono a sollecitazioni esterne, come pressione, campi elettrici e magnetici, radiazione, temperatura, ecc.. Ecco perché è essenziale che lo studente sia accompagnato nella descrizione e comprensione dei semiconduttori avendo parallelamente un'introduzione ai principali risultati della meccanica quantistica, della fisica statistica, delle onde elettromagnetiche, ecc., secondo la tendenza dei moderni orientamenti, soprattutto dell'ingegneria elettronica. Di questo l'autore è ben consapevole e fin dai primi capitoli del manuale introduce i principali elementi di meccanica quantistica, calandoli nel concreto di problemi degli elettroni nei solidi e affiancandoli ad appendici alle quali è lasciato il compito di fornire l'approfondimento adeguato per integrare le questioni discusse nel testo principale.

Questo manuale riesce a soddisfare l'esigenza di affrontare gli aspetti microscopici della fenomenologia dei semiconduttori, utilizzando elementi basilari di meccanica quantistica e statistica, mantenendo però comprensibile il linguaggio formale per la trattazione quantitativa dei problemi affrontati. In questo, il manuale si differenzia dai molti altri pubblicati che forniscono dei semiconduttori o una descrizione semiclassica in termini di massa effettiva o una specialistica focalizzata sugli aspetti tecnologici e sui dispositivi.

Il corpo centrale del manuale si articola in sei distinti capitoli, disposti con un criterio sequenziale appropriato; sono poi inseriti un capitolo di esercizi, undici appendici e una scelta ragionata di riferimenti bibliografici.

I primi due capitoli hanno carattere propedeutico ai temi specifici dei semiconduttori, trattati successivamente. Dopo la descrizione della struttura della materia partendo da atomi e molecole, vengono presentati nel primo capitolo gli elementi basilari per la descrizione delle strutture cristalline perfette, con particolare riferimento ai principali tipi di semiconduttori, e viene descritto come queste sono modificate dalla presenza di difetti; infine viene discussa la classificazione dei principali tipi di legami chimici. Nel secondo capitolo vengono introdotti in modo fenomenologico elementi di meccanica quantistica necessari per la comprensione di importanti modelli della fisica dello stato solido. I capitoli terzo e quarto riportano, rispettivamente, l'analisi della struttura vibrazionale e quella elettronica dei cristalli, due dei soggetti tradizionali e più importanti della fisica teorica e sperimentale dello stato solido. Sono introdotti il concetto di fonone, di bande di energia elettroniche, di massa effettiva, di densità degli stati, ma sono descritti anche gli effetti della pressione e gli effetti del drogaggio sulla struttura elettronica. Il successivo capitolo quinto descrive il trasporto di carica nei semiconduttori in condizioni di differenza di potenziale applicata e di gradiente di concentrazione di carica tra differenti zone del sistema. Al capitolo sesto è infine affidata la trattazione delle proprietà ottiche dei materiali, cioè della loro risposta quando sono investiti da radiazione elettromagnetica.

Il materiale contenuto in questo libro è presentato e organizzato in modo da poter essere incluso in corsi introduttivi di struttura della materia e di fisica dello stato solido; è una risorsa utile per sviluppare, negli studenti dei corsi universitari con vocazione scientifica, la capacità di saper cogliere i principi fisici essenziali per il funzionamento dei dispositivi a semiconduttore che sono presenti in ogni aspetto della vita che ci circonda.

Pisa, aprile 2018

*Giuseppe Grosso*  
Università di Pisa

---

## Prefazione

Questo manuale raccoglie in forma ordinata gli appunti delle lezioni del corso “Fisica dei semiconduttori” da me professato nel quinto semestre della laurea triennale in Ingegneria Elettrica, Elettronica e Informatica presso la Facoltà di Ingegneria-Architettura dell’Università di Cagliari.

La storia di questo corso è iniziata quando, nell’a.a. 1999/2000, è entrato in vigore il nuovo ordinamento universitario e il tradizionale corso di laurea quinquennale a ciclo unico in Ingegneria Elettronica assunse la struttura del cosiddetto “3+2”. La riduzione del numero di ore assegnato a ciascun corso e l’obiettivo professionalizzante inizialmente assegnato alla laurea triennale di primo livello comportarono una profonda revisione dei tradizionali corsi di “Fisica Generale I” e “Fisica Generale II”, con conseguente riduzione del loro *syllabus* e generale alleggerimento dell’apparato matematico-formale. Tutti gli argomenti che – pur ritenuti fondamentali per la formazione di un Allievo Ingegnere – non trovarono più adeguata collocazione nei due corsi generali, ora “snelliti”, furono collocati nell’ambito di un nuovo insegnamento che, significativamente, prese il nome di “Fisica Generale III”. Si trattava di nozioni di elettromagnetismo nella materia, di meccanica dei fluidi e di ottica: il nuovo insegnamento era dunque finalizzato al mero completamento delle nozioni di fisica classica di base.

Dopo aver professato “Fisica Generale III” per un paio di anni, avanzai la proposta di cambiare le cose in altra direzione. Prendendo spunto dal fatto che alle scienze fisiche fosse stato assegnato un corso aggiuntivo rispetto ai due generali, proposi che esso prendesse la forma di un’introduzione alla moderna fisica della materia. La mia idea era quella di esporre l’Allievo Ingegnere a nozioni elementari di fisica moderna dello stato solido. La proposta piacque e per i successivi 10 anni così si fece. Avevamo certamente guadagnato qualcosa (ora lo Studente aveva accesso a concetti di fisica quantistica), ma la collocazione del corso (ancora confinato al secondo semestre del primo anno di studi, come memoria degli assetti didattici precedenti) risultava non ideale.

Successivamente, in occasione di una nuova ristrutturazione del corso di laurea, proposi di ridefinire il ruolo del mio corso, attribuendogli quello di corso caratterizzante e assegnandogli un diverso obiettivo formativo. La mia convinzione era basata sulla duplice constatazione che (i) la moderna elettronica fosse ormai una disciplina largamente basata su nozioni avanzate di fisica quantistica dei semiconduttori e che (ii) la figura del *quantum engineer* si stesse diffondendo a livello internazionale come nuova figura professionale nei campi delle nanotecnologie dell'informazione, dell'optoelettronica e della computazione quantistica. Ancora una volta la proposta fu accolta: l'insegnamento assunse l'attuale denominazione e fu collocato al terzo anno di studi. Attualmente esso costituisce un esame caratterizzante il percorso di elettronica dello stato solido entro la laurea triennale in Ingegneria Elettrica, Elettronica e Informatica.

Definire il *syllabus* e il livello di trattazione di questo nuovo insegnamento ha rappresentato una sfida rivelatasi difficile, ma entusiasmante: bisognava, infatti, trovare il modo didatticamente più accessibile di presentare i principali risultati di struttura elettronica, trasporto di carica e proprietà ottiche dei semiconduttori a una platea di studenti non formati né ai rudimenti della meccanica quantistica né alla struttura della materia allo stato solido. Le due cose più impegnative sono certamente state (i) decidere cosa *non* raccontare e (ii) presentare il formalismo quantistico in un modo non troppo astratto. Per quanto riguarda il primo aspetto, ho scelto di concentrarmi unicamente sui semiconduttori di volume, saltando completamente la descrizione dei costituenti elementari della materia (se non facendo cenno ad alcune elementari nozioni di fisica atomica) e la trattazione dei (nano)sistemi a bassa dimensionalità. Nel secondo caso, invece, ho scelto di introdurre i concetti quantistici in modo fenomenologico, invece che presentarli in forma matematicamente sofisticata (comunque riassunta in una Appendice).

Lo sforzo compiuto ha prodotto questo manuale di “Fisica dei Semiconduttori”: esso presenta in modo coerente, auto-sufficiente e didatticamente accessibile i contenuti del corrispondente insegnamento che, nelle mie intenzioni, costituisce un'introduzione a carattere semi-fenomenologico alla fisica di un solido semiconduttore. In coerenza con gli obiettivi formativi del corso di laurea nell'ambito del quale questo insegnamento è professato, attraverso lo studio di questo manuale lo Studente dovrebbe acquisire le nozioni di base (sia di *working knowledge* sia di *problem solving*) utili a comprendere i principi fisici alla base del funzionamento dei dispositivi elettronici a stato solido.

Quest'opera è scritta in modo

**euristico** – l'enfasi è posta sulla fenomenologia piuttosto che sull'apparato matematico, riservando all'esperienza la verifica dei concetti teorici più fondamentali; il formalismo è dunque sviluppato al minimo livello di

complessità possibile che salvaguardi comunque rigore formale e chiarezza espositiva;

**critico** – ogni approssimazione utilizzata è analizzata in dettaglio al fine di metterne in rilievo i meriti e le limitazioni, altresì discutendone il contesto concettuale e metodologico nell’ambito del quale è formulata e applicata;

**fondazionale** – l’attenzione è posta sui principi fisici di base piuttosto che sulle applicazioni. In altre parole, non viene descritto alcun dispositivo elettronico.

Quest’ultimo aspetto merita un commento aggiuntivo, perché discosta questo manuale dalla maggior parte di quelli esistenti. Come spiegato, io ho lavorato in un contesto ben preciso, ovvero quello di un corso di studi nell’ambito del quale il compito di descrivere la struttura, la funzione e l’operatività dei dispositivi elettronici era stato attribuito ad altri insegnamenti di stampo prettamente ingegneristico. Al fine di evitare la sovraesposizione di questi argomenti ho deciso – in pieno accordo con i colleghi – di concentrarmi sugli aspetti di fisica di base. Questa scelta, oltre a eliminare ogni inutile duplicazione di argomenti tra corsi dello stesso ciclo di studi, mi ha consentito di scendere più in profondità di quanto usualmente si faccia in un ciclo triennale di studi di Ingegneria, in particolare usando pienamente la meccanica quantistica. La risposta degli studenti mi ha confortato: dalle schede di valutazione della didattica ho appreso che la maggior parte di loro ha gradito lo studio della struttura della materia, dichiarandosi in particolare molto incuriosito e interessato alla fisica quantistica.

Lo studio del materiale presentato in questo manuale richiede la conoscenza dell’analisi matematica e della fisica classica (meccanica, termodinamica ed elettromagnetismo), come normalmente presentate nei corsi di base del primo anno. A parte questo, non è richiesto alcun altro pre-requisito. L’opera è strutturata in sette capitoli. I primi due

**Capitolo 1** – struttura della materia, ordine cristallino e difetti reticolari

**Capitolo 2** – elementi di meccanica quantistica

sviluppano le conoscenze di base sullo stato solido e sulla fisica quantistica. Seguono i quattro capitoli

**Capitolo 3** – proprietà vibrazionali e termiche

**Capitolo 4** – struttura elettronica (modello a bande)

**Capitolo 5** – trasporto di carica

**Capitolo 6** – proprietà ottiche

che contengono la descrizione sistematica delle più importanti proprietà fisiche dei semiconduttori di volume, di specifico interesse per le applicazioni ingegneristiche. Infine, conclude l’opera il

**Capitolo 7** – esercizi

in cui ho raccolto una collezione di esercizi con le relative risposte: molti di essi sono stati usati per esami scritti e, quindi, ben definiscono il livello di difficoltà che il lettore dovrebbe saper affrontare avendo studiato questo manuale.

Alcune Appendici completano il manuale, presentando argomenti tecnici o approfondimenti che vanno oltre il livello di trattazione normalmente sviluppato nei capitoli ordinari. La loro lettura non è necessaria per la comprensione di quanto descritto in essi, ma è comunque fortemente consigliata perché ritengo sia molto istruttiva. In generale, ho cercato di riportare la dimostrazione di ogni affermazione fatta nel testo. A volte la dimostrazione è proposta in modo formale, altre volte si utilizzano evidenze sperimentali, altre volte ancora si usano argomenti di analogia con risultati precedentemente acquisiti. Solo in poche occasioni ho fatto ricorso a risultati dimostrati altrove, dichiarandolo esplicitamente.

Infine, il manuale è completato da una Bibliografia ragionata, con indicazione del livello di difficoltà. Ove possibile ho indicato testi italiani, ma nella maggior parte dei casi è stato inevitabile indicare testi in lingua inglese (tipicamente perché mancava una valida alternativa redatta in lingua italiana).

Al fine di aumentare la leggibilità ho adottato alcuni artifici grafici: (i) ogni capitolo si apre con un *syllabus*; (ii) i principali risultati concettuali discussi nel testo sono invece evidenziati in grassetto; (iii) nel caso delle conclusioni più significative, il testo è addirittura evidenziato con uno sfondo in colore.

**Ringraziamenti** – Il primo e particolarmente sentito ringraziamento va agli studenti che, seguendo il mio corso negli a.a. 2016/2017 e 2017/2018, hanno lavorato su dispense informali da me fornite. Esse, opportunamente corrette, integrate e ampliate secondo i suggerimenti offerti dagli stessi studenti, hanno costituito il punto di partenza per la scrittura di questo manuale.

Desidero inoltre ringraziare (ordine alfabetico): Aleandro Antidormi, per aver letto criticamente alcune parti del manuale e per aver calcolato le curve di dispersione fononica e le bande dei principali semiconduttori; Antonio Cappai, per aver letto criticamente alcune parti del manuale e per aver svolto gli esercizi; Riccardo Dettori, per aver letto criticamente alcune parti del manuale; Giorgia Fugallo, per aver calcolato la conducibilità termica del silicio; Claudio Melis, per aver elaborato tutte le figure dei Capitoli 5 e 6 in cui ho fatto uso di dati di letteratura; Sara Mascia, per aver letto criticamente alcune parti del manuale; Michele Saba, per aver letto criticamente alcune parti del manuale. Il loro aiuto è stato preziosissimo: sono davvero molto grato a tutti.

---

# Indice

<b>1</b>	<b>Struttura della materia</b> .....	1
1.1	Stati di aggregazione .....	1
1.2	Struttura atomistica .....	2
1.2.1	Retrospectiva storica .....	2
1.2.2	Verifica sperimentale .....	4
1.2.3	Solidi e fluidi .....	9
1.3	Elementi di cristallografia .....	13
1.3.1	Il reticolo diretto .....	14
1.3.2	Classificazione cristallografica .....	17
1.3.3	La base .....	19
1.3.4	Il reticolo reciproco .....	19
1.4	Strutture cristalline dei semiconduttori .....	23
1.4.1	La struttura del diamante .....	23
1.4.2	La struttura della zincoblenda .....	24
1.4.3	La struttura della wurtzite .....	25
1.4.4	Altre strutture .....	26
1.4.5	La struttura esagonale in due dimensioni .....	27
1.5	Difetti .....	27
1.5.1	Difetti puntuali .....	29
1.5.2	Difetti estesi .....	33
1.6	Classificazione fenomenologica dei legami interatomici .....	39
<b>2</b>	<b>Elementi di meccanica quantistica</b> .....	43
2.1	Struttura dell'atomo .....	43
2.2	Onde e particelle .....	46
2.2.1	Gli elettroni: onde materiali .....	46
2.2.2	La radiazione elettromagnetica: un flusso di pseudo-particelle .....	49
2.2.3	Dualismo onda-corpuscolo .....	52
2.3	La meccanica delle onde materiali .....	53
2.3.1	L'equazione di Schrödinger .....	53

2.3.2	La funzione d'onda . . . . .	55
2.4	Casi di interesse paradigmatico . . . . .	57
2.4.1	Elettrone libero . . . . .	58
2.4.2	Elettrone confinato in una buca di potenziale . . . . .	59
2.4.3	Gradino di potenziale . . . . .	64
2.4.4	Barriera di potenziale . . . . .	66
2.5	Il gas di elettroni . . . . .	71
2.6	Lo spin elettronico . . . . .	73
2.7	Il principio di Pauli . . . . .	74
2.8	La statistica di Fermi-Dirac . . . . .	77
2.8.1	Il gas di elettroni a temperatura nulla . . . . .	78
2.8.2	Il gas di elettroni a temperatura finita . . . . .	79
<b>3</b>	<b>Proprietà vibrazionali e termiche</b> . . . . .	<b>85</b>
3.1	L'approssimazione armonica . . . . .	85
3.2	Dinamica reticolare: nozioni di base . . . . .	89
3.2.1	La catena atomica monoatomica unidimensionale . . . . .	89
3.2.2	La catena atomica biatomica unidimensionale . . . . .	94
3.3	Dinamica reticolare dei semiconduttori . . . . .	98
3.3.1	Vibrazioni reticolari nel silicio . . . . .	101
3.3.2	Vibrazioni reticolari nell'arseniuro di gallio . . . . .	103
3.4	Quantizzazione dei moti vibrazionali . . . . .	104
3.4.1	Il concetto di fonone . . . . .	104
3.4.2	Il gas di fononi . . . . .	106
3.5	Proprietà termiche . . . . .	107
3.5.1	Calore specifico . . . . .	107
3.5.2	Conducibilità termica . . . . .	111
<b>4</b>	<b>Struttura elettronica</b> . . . . .	<b>119</b>
4.1	Le approssimazioni di base . . . . .	119
4.2	Il teorema di Bloch . . . . .	124
4.3	Il modello di Kronig-Penney . . . . .	127
4.4	Il modello a bande . . . . .	132
4.4.1	Nomenclatura per il modello a bande . . . . .	133
4.4.2	Metalli, semiconduttori e isolanti . . . . .	135
4.5	Il calcolo delle bande . . . . .	136
4.5.1	Bande elettroniche in una dimensione . . . . .	137
4.5.2	Bande elettroniche in tre dimensioni . . . . .	141
4.6	Le bande elettroniche nei semiconduttori . . . . .	142
4.6.1	Le bande del silicio . . . . .	142
4.6.2	Le bande dell'arseniuro di gallio . . . . .	145
4.6.3	Le bande di altri semiconduttori . . . . .	146
4.7	Alcune conseguenze fisiche della struttura a bande . . . . .	146
4.7.1	Cinematica degli elettroni . . . . .	146
4.7.2	Effetti cinematici di un campo elettrico . . . . .	148



4.7.3	Eccitazione termica: elettroni e lacune . . . . .	151
4.7.4	La massa efficace . . . . .	155
4.7.5	L'approssimazione di bande paraboliche . . . . .	160
4.7.6	Massa densità di stati . . . . .	162
4.8	Effetti di pressione e temperatura sul gap di energia . . . . .	163
4.9	La densità di stati . . . . .	166
4.10	Effetti del drogaggio sulla struttura a bande . . . . .	168
<b>5</b>	<b>Trasporto di carica . . . . .</b>	<b>173</b>
5.1	Inquadramento generale . . . . .	173
5.2	Teoria microscopica per la velocità dei portatori . . . . .	175
5.2.1	Regime di campo elettrico debole . . . . .	176
5.2.2	Elettroni e lacune . . . . .	181
5.2.3	Analisi fenomenologica dello <i>scattering</i> . . . . .	182
5.2.4	Concentrazione di portatori . . . . .	188
5.2.5	Conducibilità elettrica . . . . .	189
5.2.6	Regime di campo elettrico intenso . . . . .	191
5.2.7	Resistenza differenziale negativa . . . . .	193
5.2.8	Effetti di gradiente di concentrazione . . . . .	195
5.3	Vettore densità di corrente totale . . . . .	198
5.4	Determinazione sperimentale della conducibilità . . . . .	198
5.5	Statistica dei portatori . . . . .	200
5.5.1	Semiconduttori all'equilibrio termico . . . . .	200
5.5.2	Livello di Fermi in semiconduttori intrinseci . . . . .	202
5.5.3	Livello di Fermi in semiconduttori estrinseci . . . . .	203
5.5.4	Legge di azione di massa . . . . .	209
5.5.5	Semiconduttori fuori equilibrio . . . . .	212
5.6	Equazione di continuità fuori dall'equilibrio termico . . . . .	216
<b>6</b>	<b>Proprietà ottiche . . . . .</b>	<b>219</b>
6.1	Il quadro concettuale . . . . .	219
6.2	Assorbimento . . . . .	220
6.3	Transizioni inter-banda . . . . .	224
6.3.1	Transizioni dirette . . . . .	226
6.3.2	Transizioni indirette . . . . .	229
6.3.3	Transizioni sopra-soglia . . . . .	232
6.4	Eccitoni . . . . .	233
6.5	Emissione . . . . .	236
6.5.1	Transizioni radiative e non radiative . . . . .	237
6.5.2	Luminescenza in materiali a gap diretta . . . . .	238
6.5.3	Luminescenza in materiali a gap indiretta . . . . .	240
6.5.4	Fosforescenza . . . . .	240

<b>7</b>	<b>Esercizi</b> .....	243
7.1	Statistica dei portatori nei semiconduttori intrinseci .....	244
7.2	Statistica dei portatori nei semiconduttori estrinseci .....	245
7.3	Calcolo della posizione del livello di Fermi .....	248
7.4	Effetti di campo elettrico .....	249
7.5	Effetti di gradiente di concentrazione dei portatori .....	251
7.6	Effetti combinati di campo elettrico e gradiente di concentrazione dei portatori .....	253
7.7	Semiconduttori fuori equilibrio .....	254
	<b>APPENDICI</b> .....	257
<b>A</b>	<b>Diffrazione di raggi X</b> .....	259
<b>B</b>	<b>Richiami di termodinamica</b> .....	263
B.1	Definizioni generali .....	263
B.2	Funzioni di stato e concetto di equilibrio .....	263
B.3	Lavoro e calore .....	264
B.4	Processi termodinamici .....	265
B.5	Variabili intensive .....	266
B.6	Potenziali termodinamici .....	268
<b>C</b>	<b>Equazione delle onde</b> .....	271
C.1	Onde meccaniche .....	271
C.2	Onde acustiche .....	273
C.3	Onde elettromagnetiche .....	274
<b>D</b>	<b>Struttura formale della meccanica quantistica</b> .....	277
D.1	Funzione d'onda .....	277
D.2	Operatori quantistici .....	278
D.3	Evoluzione temporale .....	283
D.4	Sistemi di particelle identiche e indistinguibili .....	286
D.5	Principio di Pauli .....	288
D.6	Elementi di teoria delle rappresentazioni .....	289
D.7	Teoria delle perturbazioni .....	291
<b>E</b>	<b>Dinamica reticolare in tre dimensioni</b> .....	299
<b>F</b>	<b>Oscillatore armonico quantistico</b> .....	303
<b>G</b>	<b>Il metodo tight-binding</b> .....	305
G.1	Formalismo .....	305
G.2	Una parametrizzazione per i semiconduttori .....	307
G.3	Struttura a bande di alcuni semiconduttori elementali e composti .....	308

<b>H</b>	<b>Interazione radiazione-materia</b> . . . . .	311
H.1	Il quadro concettuale . . . . .	311
H.2	I coefficienti di Einstein . . . . .	312
H.3	Analisi delle popolazioni . . . . .	313
H.4	Inversione di popolazione . . . . .	314
H.5	Teoria microscopica dei coefficienti di Einstein . . . . .	314
H.6	Regole di selezione per transizioni di dipolo elettrico . . . . .	317
<b>I</b>	<b>L'atomo di idrogeno</b> . . . . .	319
I.1	Spettro di emissione e assorbimento . . . . .	319
I.2	Il modello di Bohr per l'atomo di idrogeno . . . . .	320
I.3	Estensioni del modello di Bohr . . . . .	322
<b>J</b>	<b>Proprietà fisiche dei semiconduttori</b> . . . . .	325
<b>K</b>	<b>Costanti fisiche</b> . . . . .	327
	<b>Riferimenti bibliografici</b> . . . . .	329

### Risorse online

Sul sito del libro [online.universita.zanichelli.it/colombo-fisica](http://online.universita.zanichelli.it/colombo-fisica) troverai test di autovalutazione pubblicati sulla piattaforma ZTE e domande aperte.