Anna Maria Bigatti
Grazia Tamone

Matematica Zero

cea
casa editrice ambrosiana

Anna Maria Bigatti
Grazia Tamone

Matematica Zero

Se vuoi accedere alle risorse online riservate

1. Vai su **my.zanichelli.it**
2. Clicca su *Registrati*.
3. Scegli *Studente*.
4. Segui i passaggi richiesti per la registrazione.
5. Riceverai un'email: clicca sul link per completare la registrazione.
6. Cerca il tuo codice di attivazione stampato in verticale sul bollino argentato in questa pagina.
7. Inseriscilo nella tua area personale su **my.zanichelli.it**

Se sei già registrato, per accedere ai contenuti riservati di altri volumi ti serve solo il relativo codice di attivazione.

cea
casa editrice ambrosiana

Copertina: Anchora, Milano
Immagine di copertina: © Anchora, Milano

Prima edizione: gennaio 2021

Ristampa: **prima tiratura**

5 4 3 2 1 2021 2022 2023 2024 2025

Realizzare un libro è un'operazione complessa, che richiede numerosi controlli: sul testo, sulle immagini e sulle relazioni che si stabiliscono tra loro. L'esperienza suggerisce che è praticamente impossibile pubblicare un libro privo di errori. Saremo quindi grati ai lettori che vorranno segnalarceli.

Per segnalazioni o suggerimenti relativi a questo libro rivolgersi a:
CEA – Casa Editrice Ambrosiana
viale Romagna 5, 20089 Rozzano (MI)
fax 02 52202260 e-mail: segreteria_cea@ceaedizioni.it

Sul sito **online.universita.zanichelli.it/bigattitamone** è possibile verificare se sono disponibili errata corrige o aggiornamenti per questo volume.

Stampa:

per conto di Zanichelli editore S.p.A.
Via Irnerio 34, 40126 Bologna

Indice generale

Introduzione

Quante volte abbiamo sfogliato un libro e lo abbiamo frettolosamente giudicato in base alle sue figure?
Quindi un libro di Matematica pieno di figure colorate potrebbe già risultare più amichevole di uno pieno di definizioni, formule e numeri!
Ma le figure di questo libro non sono un'azione di marketing, bensì una vera e propria chiave di interpretazione per arrivare a una comprensione più profonda di definizioni, formule e numeri.

Si sa, *un'immagine vale più di mille parole*. In particolare, è utilissimo imparare a leggere a costruire i grafici, perché un grafico fatto bene, impostato e strutturato con conoscenza, è un modo estremamente compatto ed efficiente per memorizzare, esprimere e trasmettere molte informazioni, comprese quelle che vanno oltre i margini del grafico stesso.
La Matematica è presente in tutte le scienze e anche nella vita di tutti i giorni, ma per *vederla*, per capirne le applicazioni e sfruttarne la potenza è importante essere allenati a riconoscere i diversi modelli matematici nei grafici di dati sperimentali, o, viceversa, saper visualizzare a quale andamento, e a quali conseguenze, corrisponde una formulazione matematica data.

È proprio in tale ottica che questo libro presenta i concetti, sia con la loro definizione precisa e formale, che con la loro rappresentazione grafica, mettendo in evidenza la *traduzione* dal linguaggio astratto al linguaggio dei grafici, e viceversa.
È un libro che si sviluppa come la trama in un romanzo, in un cammino che parte dai concetti più intuitivi e pratici per arrivare a quelli più evoluti e astratti. Così segue un percorso un po' insolito, dove si parla di equazioni e disequazioni prima di introdurre le formule matematiche, di potenze dopo aver parlato di polinomi, e il capitolo sui polinomi viene dopo quello dei polinomi di secondo grado.

Questo libro è principalmente rivolto agli studenti che si avvicinano agli studi universitari. Descrive in dettaglio le proprietà dei vari tipi di funzioni elementari, ne mostra alcune applicazioni, e richiama tutti quei concetti matematici *di base* che sono utili per affrontare il percorso universitario.
Ma non vuole essere soltanto un *ripassone pre-iscrizione*, ma soprattutto una presentazione della Matematica più *curiosa*, alla ricerca del significato di quelle definizioni e tecniche che nella scuola secondaria vengono spesso considerate meccaniche e misteriose.
Lo scopo è quello di *capire davvero*, di ripensare ai concetti astratti imparati a scuola, osservando i loro effetti grafici concreti, e arrivare in questo modo a una visione un po' più approfondita e matura.

Quindi questo libro può anche essere utile a uno studente di scuola secondaria che vuole *un altro punto di vista*, o uno studente universitario che ha bisogno di un aiuto in più per superare quel piccolo-grande scalino che c'è tra lo studio della Matematica nella scuola secondaria e quella all'Università.
Ma ci auguriamo possa piacere anche a un lettore semplicemente desideroso di una prospettiva profonda e colorata della Matematica scolastica.

Iniziamo il cammino ...

Capitolo 1 Insiemi e numeri

In questo capitolo introduciamo le notazioni per gli insiemi, poi definiremo alcuni insiemi speciali, come gli intervalli di numeri reali.
Queste nozioni saranno il linguaggio di base nel nostro cammino allo studio delle funzione e delle loro proprietà.

1.1 Insiemi

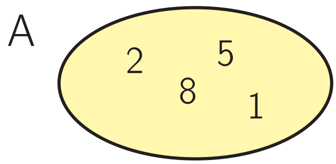
Siamo abituati a parlare di insiemi: **per esempio** squadre di calcio, i compagni di corso, le carte da gioco, le nostre collezioni, .. e siamo abituati, senza rendercene conto, a parlare dei loro elementi, dei loro sottoinsiemi, con le rispettive unioni, differenze o intersezioni.
Iniziamo dunque mettendoci d'accordo sui simboli e sulla terminologia.

Insiemi, sottoinsiemi, elementi

Un modo comune di descrivere un **insieme** è elencarne gli elementi.
Per esempio i *nani di Biancaneve* sono Eolo, Mammolo, Pisolo, Dotto, Brontolo, Gongolo, Cucciolo, e formano un insieme di sette elementi.

In matematica evidenziamo che l'elenco rappresenta un insieme mettendolo tra parentesi graffe.

Per esempio l'insieme dei quattro numeri $1, 2, 5, 8$ si scrive $\{1, 2, 5, 8\}$, e possiamo anche dargli un *nome*, per esempio A, e scriviamo $\boldsymbol{A = \{1, 2, 5, 8\}}$.



L'ordine in cui scriviamo gli elementi di un insieme non ha importanza.
Per esempio l'insieme A è uguale a $\{1, 2, 8, 5\}$ e a $\{5, 2, 1, 8\}$. Anche ripetendo più volte qualche numero l'insieme non cambia: $A = \{2, 5, 1, 2, 8, 2, 8, 8, 8\}$, come quando vogliamo ricordare i sette nani e continuiamo a ripetere "Pisolo", ma lo contiamo una volta sola!

Diciamo che l'**elemento** 2 **appartiene** ad A, e scriviamo $\boldsymbol{2 \in A}$.
Invece 3 non appartiene ad A, e scriviamo $\boldsymbol{3 \notin A}$.

Diciamo che l'insieme $\{8, 2\}$ è un **sottoinsieme** dell'insieme A, o equivalentemente è **contenuto** in A, e scriviamo $\boldsymbol{\{8, 2\} \subseteq A}$. Invece l'insieme $\{2, 3\}$ non è contenuto in A, perché 3 non appartiene ad A, e scriviamo $\boldsymbol{\{2, 3\} \not\subseteq A}$.

Attenzione! i concetti di *appartenente*, $\in$, e di *contenuto*, $\subseteq$, si somigliano molto, ma il primo di riferisce a un elemento e il secondo a un insieme.
Quindi è giusto scrivere $2 \in \{2, 3\}$, ed è anche giusto $\{2\} \subseteq \{2, 3\}$, perché $\{2\}$ è un insieme, che contiene solo il numero 2.
Invece è sbagliato scrivere $2 \subseteq \{2, 3\}$, e anche $\{2\} \in \{2, 3\}$ è sbagliato!

Le operazioni: unione, intersezione, differenza

Dati due insiemi A e B ne definiamo l'**unione** $A \cup B$ ($\cup$ come **u**nione), che è l'insieme formato da tutti gli elementi di A e di B. Si legge ***A* unito *B***.

Per esempio, $\{1,2,5\} \cup \{0,1,5,7,8\} = \{1,2,5,0,1,5,7,8\} = \{1,2,5,0,7,8\}$. Possiamo anche *unire* tanti insiemi, per esempio l'insieme degli allievi di una palestra è l'unione degli insiemi degli allievi di *tutti i corsi* tenuti nella palestra.

Invece, l'**intersezione** di due insiemi, $A \cap B$ ($\cap$ come **in**tersezione), è l'insieme degli elementi che appartengono a tutti e due. Si legge ***A* intersecato *B***.
Per esempio $\{1,2,5\} \cap \{0,1,5,7,8\} = \{1,5\}$.

Consideriamo ora due insiemi che non hanno nessun elemento in comune: che dire della loro intersezione? È un insieme che non ha elementi!
L'insieme che non ha elementi, che chiamiamo **insieme vuoto**, si indica con un simbolo speciale, $\emptyset$.
Per esempio, dati i due insiemi di lettere $A = \{a,b,c\}$ e $B = \{e,f\}$, la loro intersezione è vuota: $A \cap B = \emptyset$.

Dati due insiemi A e B abbiamo anche un modo per indicare la loro **differenza** $A \backslash B$ (si legge ***A* meno *B***), cioè l'insieme degli elementi che appartengono ad A ma non a B.

Per esempio l'insieme dei *miei amici che non hanno la moto* è la differenza degli insiemi "persone che sono mie amiche" e "persone che hanno una moto".

■ ESEMPIO Consideriamo gli insiemi

$$A = \{a,b,c\} \quad B = \{e,f\} \quad C = \{b,c,d\} \quad D = \{a,b,c,d\}$$

Unione: $A \cup B = \{a,b,c,e,f\}$; $A \cup C = D$; $A \cup D = D$; $A \cup \emptyset = A$.
Intersezione: $A \cap B = \emptyset$; $A \cap C = \{b,c\}$; $A \cap D = A$; $C \cap D = C$.
Differenza: $A \backslash \{a\} = \{b,c\}$; $A \backslash B = A$; $A \backslash C = \{a\}$; $A \backslash D = \emptyset$. ■

1.2 Numeri

In questa sezione trattiamo i vari tipi di numeri che ci accompagneranno nel libro.

Incominciamo *naturalmente* con i numeri naturali, quelli che abbiamo imparato per primi, contando sulle dita. Proseguiamo con i numeri interi, che rappresentano anche quantità mancanti, poi con i numeri razionali, ossia quelli che derivano dalle frazioni, fino ad arrivare ai numeri reali, con cui potremo misurare esattamente le lunghezze ed esprimere le coordinate dei punti nel piano cartesiano.

Numeri naturali

Il primo esempio di insieme **infinito** che incontriamo nella nostra vita è quello dei **numeri naturali**, ossia dei numeri con i quali siamo abituati a contare. Si indica con il simbolo $\mathbb{N}$ come *Naturali*. Quindi si ha $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

Dato che non si può scrivere un elenco infinito di elementi, mostriamo un'altra notazione, che rappresenta un insieme mediante le proprietà dei suoi elementi. Si scrive **{... | ....}** e si legge *l'insieme di ... tali che ....*

Per esempio l'insieme dei numeri pari si può scrivere $\{2{\cdot}n \mid n \in \mathbb{N}\}$, perché è *l'insieme dei numeri* $2{\cdot}n$ *tali che* n *appartiene a* $\mathbb{N}$.
L'insieme dei naturali "da 100 in su" si scrive $\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 100\}$ e si legge *l'insieme degli* n *in* $\mathbb{N}$ *tali che* n *è maggiore o uguale a* 100.

■ ESEMPIO La scrittura appena introdotta è utile anche per descrivere insiemi finiti, per esempio:
$\{a \in \mathbb{N} \mid a < 4\} = \{0, 1, 2, 3\}$;
$\{b \in \mathbb{N} \mid b \leq 25 \text{ e } b \text{ primo}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$. ■

Numeri interi

Quando misuriamo temperature o facciamo un conto alla rovescia per festeggiare capodanno o vogliamo esprimere un livello più basso di un livello base, abbiamo la necessità di usare numeri negativi, come per esempio -2, gli **opposti** dei numeri naturali positivi. Si chiamano opposti perché, per esempio, si ha $-2 + 2 = 0$. Mettendo insieme numeri naturali e numeri negativi si costruisce l'insieme dei **numeri interi** che viene denotato col simbolo $\mathbb{Z}$ come *Zahlen* (tedesco per *interi*). Quindi si ha

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots\}$$

Numeri razionali

Sia nei numeri naturali che nei numeri interi si può eseguire il **prodotto**, ma che dire della **divisione**? Ci troviamo di fronte al fatto che non per tutte le coppie di numeri è possibile una **divisione esatta**. Per esempio $6 : 2 = 3$ e $-12 : 3 = -4$, ma $2 : 3$ non si può eseguire negli interi. Allora si introduce il concetto di **divisione con resto** (come per i 44 gatti della famosa canzoncina, che in fila per 6 danno il resto di 2. Infatti si ha $44 = 6 \cdot 7 + 2$).
Ma quando, come spesso in natura, i numeri rappresentano cose che si possono suddividere a piacere (e non è il caso dei gatti), allora si introducono gli **inversi**

dei numeri **diversi da zero** e quindi le **frazioni**. Il nome *razionali* deriva proprio da *ratio* (latino per *rapporto*).

Per esempio possiamo dividere una torta in 3 parti uguali e prenderne 1, o dividerla in 6 parti uguali e prenderne 2.

L'insieme dei numeri rappresentabili da frazioni si chiama insieme dei **numeri razionali**, e viene denotato col simbolo $\mathbb{Q}$ come *Quozienti*. I numeri rappresentati da due frazioni $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ sono **uguali** se $ad = bc$, così come $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$ rappresentano la stessa quantità di torta, e il numero 0.66666... Nella usuale notazione **decimale** i numeri razionali sono tutti e soli quelli **finiti** e quelli **periodici**.

Numeri reali

Con un numero abbastanza grande di decimali possiamo rappresentare una buona approssimazione di qualunque lunghezza, ma se vogliamo dare le misure esatte, i numeri razionali non bastano.

Per esempio un quadrato con lato lungo un metro, ha una diagonale lunga $\sqrt{2}$ metri, e un cerchio di un metro diametro, ha la circonferenza lunga π metri.

Arriviamo quindi all'insieme dei **numeri reali**, denotato col simbolo $\mathbb{R}$ come *Reali* che è l'insieme di numeri che rappresentano tutte le possibili lunghezze esatte, con i numeri decimali, finiti, periodi e non periodici.

1.3 Intervalli di numeri reali

Esistono sottoinsiemi di $\mathbb{R}$ che sono molto utili, e che perciò meritano una notazione speciale, sono gli **intervalli** . Siano a, b due numeri reali:

$$\begin{array}{rcll} (a,b) & = & \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} & \text{intervallo aperto: estremi } a \text{ e } b \text{ esclusi} \\ [a,b] & = & \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} & \text{intervallo chiuso: estremi } a \text{ e } b \text{ inclusi} \end{array}$$

Solitamente si rappresentano graficamente con segmenti orizzontali, usando un pallino vuoto per evidenziare che un numero è escluso e un pallino pieno se è incluso.

(a,b) 

$[a,b]$

Questa notazione si estende anche a casi *misti*:

$$[a,b) \; = \; \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} \qquad (a,b] \; = \; \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$

la scrittura $[a,b)$ indica l'intervallo chiuso a sinistra e aperto a destra.
Analogamente $(a,b]$ indica l'intervallo aperto a sinistra e chiuso a destra.

$[a,b)$ 

$(a,b]$

Notiamo che la notazione degli intervalli e la loro rappresentazione grafica sono molto più facili da leggere della rappresentazione insiemistica generale!

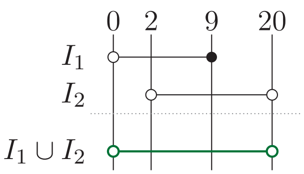
E usando i simboli di infinito $-\infty$ e $+\infty$ si ha

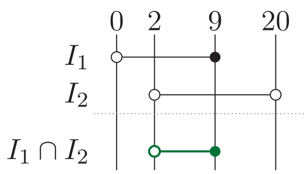
$$\begin{aligned} (a,+\infty) &= \{x\in\mathbb{R} \mid a<x\} \qquad & [a,+\infty) &= \{x\in\mathbb{R} \mid a\le x\} \\ (-\infty,b) &= \{x\in\mathbb{R} \mid x<b\} \qquad & (-\infty,b] &= \{x\in\mathbb{R} \mid x\le b\} \end{aligned}$$

Notiamo che $+\infty$ e $-\infty$ hanno sempre la parentesi tonda, perché non sono numeri, quindi non appartengono a $\mathbb{R}$.

In questo libro useremo *moltissimo* gli intervalli. Per determinare il **dominio** di una funzione, o per risolvere equazioni e disequazioni, useremo operazioni insiemistiche sugli intervalli. Vediamo come sfruttarne la rappresentazione grafica per svolgere alcune operazioni.

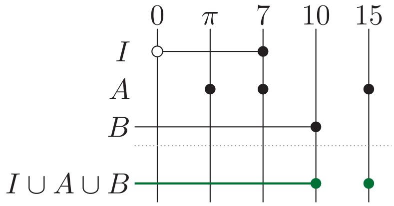
■ **ESEMPIO** Consideriamo gli intervalli $I_1=(0,9]$ e $I_2=(2,20)$, e vogliamo determinare gli insiemi $I_1\cup I_2$ e $I_1\cap I_2$.
Scriviamo in ordine (ma senza preoccuparci della scala delle distanze) i numeri di riferimento per tutti gli insiemi: 0, 2, 9, 20.
Poi su due righe rappresentiamo i due insiemi. Infine, per ogni punto e per ogni segmento, svolgiamo l'operazione insiemistica, e rappresentiamo il risultato su una riga in basso.
Come abbiamo detto prima, per l'unione basta che un punto o segmento appartengano a uno dei due insiemi, mentre per l'intersezione tracciamo solo quelli che appartengono a tutti e due.

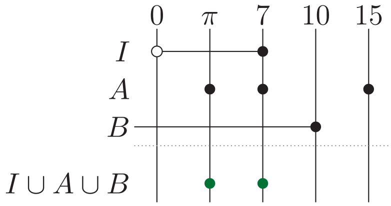




In conclusione,
$I_1\cup I_2=(0,20)$
$I_1\cap I_2=(2,9]$

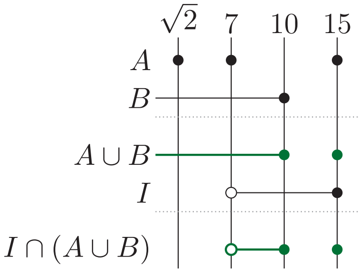
■ **ESEMPIO** Consideriamo gli insiemi $I=(0,7]$, $A=\{\pi,7,15\}$, un insieme con *punti isolati*, e B l'insieme dei numeri reali ≤ 10, quindi $B=(-\infty,10]$. Determiniamo $I\cup A\cup B$ e $I\cap A\cap B$. L'unione e l'intersezione sono operazioni *associative*, questo significa che possiamo svolgerle in un unico passo.

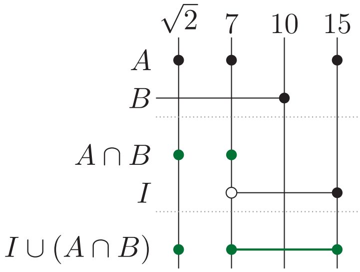




In conclusione $I \cup A \cup B = (\infty, 10] \cup \{15\}$ e $I \cap A \cap B = \{\pi, 7\}$

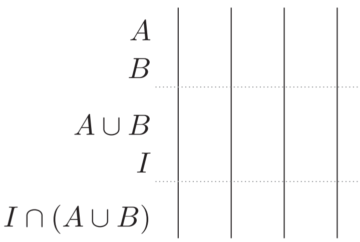
■ **ESEMPIO** Dati gli insiemi $I = (7, 15]$, $A = \{\sqrt{2}, 7, 15\}$, $B = (-\infty, 10]$, determiniamo $I \cap (A \cup B)$ e $I \cup (A \cap B)$.
Come indicato dalle parentesi, il calcolo deve essere **svolto in due passi**: prima si svolge l'operazione tra parentesi, poi si usa il suo risultato per l'operazione "più esterna".

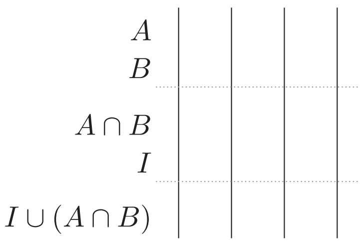




In conclusione, $I \cap (A \cup B) = (7, 10]$ e $I \cup (A \cap B) = \{\sqrt{2}\} \cup [7, 10]$.

■ **PROVACI TU!** Dati gli insiemi $I = (2, 7]$, $A = \{2, 7, 15\}$, $B = (-\infty, 6]$, determina $I \cap (A \cup B)$ e $I \cup (A \cap B)$.





In conclusione
$I \cap (A \cup B) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $I \cup (A \cap B) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Esercizi

1. Siano $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid -7 \leq n \leq 2\}$ e $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid -4 \leq n \leq 6\}$. Elencare gli elementi degli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$.

2. Elencare gli elementi dell'insieme $\{x \in \mathbb{R} \mid x > \sqrt{12}\} \cap \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 2\}$

3. Sia $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 100$ e n pari $\}$. Quali tra i seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{N}$ coincide con $\mathbb{N} \backslash A$?
$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n > 100$ e n pari$\}$
$C = \{n \in \mathbb{N} \mid n > 100$ oppure n dispari $\}$
$D = \{n \in \mathbb{N} \mid n > 100$ e n dispari $\}$
$E = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 100$ e n dispari $\}$

4. Sia $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 3$ è pari e positivo$\}$.
Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere o false, motivando la risposta:
(a) se $n \in \mathbb{N}$ e n è dispari, allora $n \in A$
(b) se $n \in \mathbb{N}$, n è dispari e $n \geq 5$, allora $n \in A$
(c) se $n \in A$, allora $n + 1 \in A$
(d) se $n \in A$, allora $n + 2 \in A$
(e) se $n \in \mathbb{N}$ e n è pari, allora $n \notin A$

5. Siano A e B due insiemi. Si supponga vera la proposizione seguente:

(P) Se $x \in A$ allora $x \in B$

Dire quali delle seguenti affermazioni si possono dedurre da (P) in modo corretto dal punto di vista logico, motivando la risposta:
(a) se $x \notin A$, allora $x \notin B$
(b) $A \cup B = B$
(c) se $B \subset A$, allora $A = B$

6. Dati gli intervalli $I_1 = (0, 10]$ e $I_2 = (3, 19)$, determinare la loro unione e la loro intersezione.

7. Dati gli insiemi $I_1 = (0, 10]$, $I_2 = (3, 19)$, $A = \{\pi, 13\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 11\}$, determinare $I_1 \cup A \cup B$ e $I_2 \cap A \cap B$

8. Dati gli insiemi $I_1 = (0, 10]$, $I_2 = (3, 19)$, $A = \{\pi, 13\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 11\}$, determinare $I_1 \cup (A \cap B)$ e $I_2 \cap (A \cup B)$

Matematica Zero

Risorse online
A questo indirizzo si può accedere al sito di complemento al libro **online.universita.zanichelli.it/bigattitamone**

Ebook
L'intero libro in formato elettronico, con possibilità di evidenziare, commentare e personalizzare il testo

Test Interattivi Zanichelli
Il sistema di esercizi interattivi per gli studenti e i docenti, con classe virtuale

Per l'accesso registrarsi su **my.zanichelli.it** e abilitare le risorse.
Maggiori informazioni nelle pagine iniziali del libro.

La matematica è presente in tutte le scienze e si può applicare anche nella vita di ogni giorno: fornisce strumenti, linguaggio e metodi adatti ai campi più svariati. Per sfruttare queste potenzialità e capire le applicazioni, è importante essere allenati a riconoscere i vari modelli matematici nei grafici di dati sperimentali o, viceversa, saper visualizzare a quale andamento corrisponde una formulazione matematica data.
Imparare a leggere e a costruire un grafico è dunque di grande importanza perché consente di esprimere, trasmettere, memorizzare informazioni in modo compatto ed efficiente.
Matematica Zero svolge un compito propedeutico a ogni altro corso di matematica. Presenta i concetti sia attraverso la definizione formale, sia con la rappresentazione grafica, mettendo in evidenza il processo di traduzione da un linguaggio all'altro.
In un cammino che parte dai concetti più intuitivi e pratici per arrivare a quelli più evoluti e astratti, questo libro segue un percorso un po' insolito: per esempio, parla di equazioni e disequazioni prima di introdurre le formule matematiche, parla di potenze dopo aver parlato di polinomi, e introduce le funzioni polinomiali in generale dopo aver parlato dei polinomi di primo e secondo grado.
Lo scopo è arrivare, nel modo più intuitivo possibile, a descrivere in dettaglio le proprietà dei vari tipi di funzioni elementari, mostrarne alcune applicazioni e richiamare tutti quei concetti matematici di base utili per affrontare il percorso universitario.
Sono proposti per ogni capitolo esercizi standard, più addestrativi, ed esercizi più complessi, che richiedono l'applicazione dei modelli descritti. Le soluzioni complete sono disponibili nel libro.

Le autrici

Anna M. Bigatti insegna Elementi di Matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova. La sua ricerca si svolge nel campo dell'Algebra computazionale.
Grazia Tamone insegna Matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova. La sua ricerca si svolge nel campo dell'Algebra commutativa.

BIGATTI*MATEMATICA ZERO (CEA LUM
ISBN 978-88-08-62026-2
9 788808 620262
2 3 4 5 6 7 8 9 0 (64B)