

Daniele Sette Adriano Alippi
Andrea Bettucci

Lezioni di Fisica 1

Meccanica • Termodinamica

Seconda edizione



FISICA **ZANICHELLI**

Daniele Sette Adriano Alippi

Andrea Bettucci

Lezioni di Fisica 1

Meccanica • Termodinamica

Seconda edizione

Se vuoi accedere alle risorse online riservate

1. Vai su **my.zanichelli.it**
2. Clicca su *Registrati*.
3. Scegli *Studente*.
4. Segui i passaggi richiesti per la registrazione.
5. Riceverai un'email: clicca sul link per completare la registrazione.
6. Cerca il tuo codice di attivazione stampato in verticale sul bollino argentato in questa pagina.
7. Inseriscilo nella tua area personale su
my.zanichelli.it

Se sei già registrato, per accedere ai contenuti riservati di altri volumi ti serve solo il relativo codice di attivazione.

I diritti di elaborazione in qualsiasi forma o opera, di memorizzazione anche digitale su supporti di qualsiasi tipo (inclusi magnetici e ottici), di riproduzione e di adattamento totale o parziale con qualsiasi mezzo (compresi i microfilm e le copie fotostatiche), i diritti di noleggio, di prestito e di traduzione sono riservati per tutti i paesi. L'acquisto della presente copia dell'opera non implica il trasferimento dei suddetti diritti né li esaurisce.

Le fotocopie per uso personale (cioè privato e individuale, con esclusione quindi di strumenti di uso collettivo) possono essere effettuate, nei limiti del 15% di ciascun volume, dietro pagamento alla S.I.A.E del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633. Tali fotocopie possono essere effettuate negli esercizi commerciali convenzionati S.I.A.E. o con altre modalità indicate da S.I.A.E. Per le riproduzioni ad uso non personale (ad esempio: professionale, economico, commerciale, strumenti di studio collettivi, come dispense e simili) l'editore potrà concedere a pagamento l'autorizzazione a riprodurre un numero di pagine non superiore al 15% delle pagine del presente volume.

Le richieste vanno inoltrate a:
Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali (CLEARedi),
Corso di Porta Romana 108, 20122 Milano
e-mail: autorizzazioni@clearedi.org e sito web: www.clearedi.org

L'autorizzazione non è concessa per un limitato numero di opere di carattere didattico riprodotte nell'elenco che si trova all'indirizzo <https://www.zanichelli.it/chi-siamo/fotocopie-e-permessi>

L'editore, per quanto di propria spettanza, considera rare le opere fuori del proprio catalogo editoriale. La loro fotocopia per i soli esemplari esistenti nelle biblioteche è consentita, oltre il limite del 15%, non essendo concorrentiale all'opera. Non possono considerarsi rare le opere di cui esiste, nel catalogo dell'editore, una successiva edizione, le opere presenti in cataloghi di altri editori o le opere antologiche.
Nei contratti di cessione è esclusa, per biblioteche, istituti di istruzione, musei ed archivi, la facoltà di cui all'art. 71-ter legge diritto d'autore.
Per permessi di riproduzione, anche digitali, diversi dalle fotocopie rivolgersi a: ufficiocontratti@zanichelli.it

Realizzazione editoriale: CompoMat, Configni (RI)

Copertina:

- *Progetto grafico:* Falcinelli & Co., Roma
 - *Immagine di copertina:* © privatik/iStockphoto
-

Prima edizione (Masson): ottobre 1998

Seconda edizione: luglio 2021

Ristampa: **prima tiratura**

5 4 3 2 1 2021 2022 2023 2024 2025

Realizzare un libro è un'operazione complessa, che richiede numerosi controlli: sul testo, sulle immagini e sulle relazioni che si stabiliscono tra essi.

L'esperienza suggerisce che è praticamente impossibile pubblicare un libro privo di errori. Saremo quindi grati ai lettori che vorranno segnalarceli.

Per segnalazioni o suggerimenti relativi a questo libro scrivere al seguente indirizzo:

Zanichelli editore S.p.A.
Via Irnerio 34
40126 Bologna
fax 051293322
e-mail: linea_universitaria@zanichelli.it
sito web: www.zanichelli.it

Prima di effettuare una segnalazione è possibile verificare se questa sia già stata inviata in precedenza, identificando il libro interessato all'interno del nostro catalogo online per l'Università.

Per comunicazioni di tipo commerciale: universita@zanichelli.it

Stampa:

per conto di Zanichelli editore S.p.A.
Via Irnerio 34, 40126 Bologna

Indice generale

Prefazione			
0 Grandezze e unità di misura	ix	2 Dinamica del punto materiale	45
0.1 La fisica e il metodo scientifico	1	2.1 Legge di inerzia. Terne di riferimento inerziali	45
0.2 Grandezze fisiche, unità e sistemi di unità di misura	2	2.2 Forza	48
0.3 Lunghezza	3	2.3 Concetto di massa inerziale	49
0.4 Intervallo di tempo	5	2.4 Secondo principio della dinamica	52
0.5 Massa	7	2.5 Quantità di moto e impulso	53
0.6 Il Sistema Internazionale di unità di misura	8	2.6 Terzo principio della dinamica. Azione e reazione	55
0.7 Dimensioni ed equazioni dimensionali	10	2.7 Critica e limiti della meccanica newtoniana	55
0.8 Misure ed errori	11	2.8 Forze e interazioni fondamentali	57
1 Cinematica del punto materiale	15	2.9 Forza peso	58
1.1 Introduzione	15	2.10 Forze elastiche	61
1.2 Sistemi di riferimento	16	2.11 Reazioni vincolari	61
1.3 Equazioni del moto. Moti componenti	16	2.12 Attrito	63
1.4 Traiettoria. Equazione oraria	17	2.13 Resistenze passive	67
1.5 Spostamenti	17	2.14 Processi oscillatori	70
1.6 Gradi di libertà	18	2.15 Pendolo semplice	74
1.7 Velocità e accelerazione	18	2.16 Massa inerziale e massa gravitazionale	76
1.8 Moto rettilineo uniforme	21	2.17 Momento di una forza rispetto a un punto e rispetto a un asse	78
1.9 Moto uniformemente accelerato	22	2.18 Momento della quantità di moto	79
1.10 Moto circolare e circolare uniforme	24	2.19 Teorema del momento della quantità di moto. Conservazione del momento della quantità di moto	80
1.11 Moto armonico	27	2.20 Descrizione del moto in sistemi non inerziali	83
1.12 Moto circolare uniforme e moti armonici componenti	28	2.21 Forze apparenti: la forza centrifuga	84
1.13 Moto di un punto con traiettoria giacente su un piano	30	2.22 Forze apparenti: la forza di Coriolis	87
1.14 Moto di un punto con traiettoria qualsiasi	33	2.23 Conclusioni sulla dinamica del punto	88
1.15 Moti centrali. Velocità areolare	34	■ <i>Esercizi di riepilogo</i>	89
1.16 Definizione del moto dalla conoscenza dell'accelerazione o della velocità			
1.17 Moto di un punto in sistemi di riferimento diversi	35	3 Lavoro ed energia per il punto materiale	91
■ <i>Esercizi di riepilogo</i>	37	3.1 Definizione di lavoro	91
	42	3.2 Potenza	93

3.3	Energia cinetica. Teorema del lavoro e dell'energia cinetica	94	5.6	Momento d'inerzia	159
3.4	Campi di forza conservativi	97	5.7	Energia cinetica di un corpo rigido libero	163
3.5	Energia potenziale	99	5.8	Statica	165
3.6	Conservazione dell'energia meccanica nel caso di forze conservative	102	5.9	Leve. Bilancia	167
3.7	Energia nell'oscillatore armonico	105		<i>Esercizi di riepilogo</i>	169
3.8	Energia potenziale di gravitazione	108			
3.9	Energia meccanica di un punto materiale in campo conservativo	111			
3.10	Variazione dell'energia meccanica in presenza di forze non conservative	113	6	Meccanica dei corpi deformabili. Elasticità	173
3.11	Conservazione dell'energia	114	6.1	Introduzione	173
3.12	Teoria della relatività ristretta	115	6.2	Deformazioni elastiche e plastiche	174
	<i>Esercizi di riepilogo</i>	118	6.3	Deformazioni di volume e di scorrimento	175
4	Meccanica dei sistemi di punti materiali	121	6.4	Forze applicate e sforzi	176
4.1	Introduzione	121	6.5	Legge di Hooke. Legge di sovrapposizione	179
4.2	Centro di massa e moto del centro di massa	122	6.6	Compressione di volume	181
4.3	Quantità di moto di un sistema e prima equazione cardinale della dinamica dei sistemi	122	6.7	Deformazione di trazione e di scorrimento	182
4.4	Principio di conservazione della quantità di moto	125	6.8	Origine delle proprietà elastiche nei solidi	187
4.5	Teorema del momento della quantità di moto	127	6.9	Sollecitazioni e deformazioni nei fluidi. La viscosità dei liquidi	188
4.6	Principio di conservazione del momento della quantità di moto	129		<i>Esercizi di riepilogo</i>	191
4.7	Teorema del lavoro e dell'energia cinetica nei sistemi di punti	131	7	Meccanica dei fluidi	193
4.8	Energia cinetica e moto del centro di massa	133	7.1	Introduzione	193
4.9	Energia potenziale	133	7.2	Pressione in un punto di un fluido	194
4.10	Conservazione dell'energia meccanica	134	7.3	Equazioni della statica dei fluidi	196
4.11	Problemi di meccanica dei sistemi	135	7.4	Statica dei fluidi pesanti	197
4.12	Le leggi di Keplero	137	7.5	Princípio di Pascal	201
4.13	Processi d'urto	138	7.6	Misura delle pressioni	202
4.14	Urto normale centrale	139	7.7	Princípio di Archimede	204
	<i>Esercizi di riepilogo</i>	141	7.8	Dinamica dei fluidi	206
5	Meccanica dei corpi rigidi	149	7.9	Linee di flusso e di corrente	208
5.1	Introduzione	149	7.10	Equazione di continuità	210
5.2	Cinematica dei corpi rigidi	150	7.11	Teorema del lavoro e dell'energia cinetica per fluidi ideali. Equazione di Bernoulli	210
5.3	Dinamica del corpo rigido	152		<i>Esercizi di riepilogo</i>	215
5.4	Sistemi equivalenti di forze	153	8	Onde in mezzi elastici	217
5.5	Corpo girevole intorno a un asse fisso	155	8.1	Introduzione	217
			8.2	Vari tipi di onde elastiche	219
			8.3	Onde piane longitudinali sinusoidali	222
			8.4	Velocità di propagazione ed equazione delle onde longitudinali	226
			8.5	Trasporto di energia e intensità di un'onda	229

8.6	Onde longitudinali sferiche e onde trasversali	230	11.5	Trasformazioni	309
8.7	Sovrapposizione e interferenza: onde stazionarie	232	11.6	Lavoro in trasformazioni reversibili	310
8.8	Onde complesse. Velocità di fase e velocità di gruppo	234	11.7	Calore ed energia. Equivalente meccanico della caloria	312
8.9	Principio di Huygens	236	11.8	Primo principio della termodinamica. Principio di conservazione dell'energia	315
8.10	Propagazione delle onde	237	11.9	Capacità termiche e calori specifici	318
8.11	Riflessione	237	11.10	Quantità di calore fornite a volume o a pressione costante. Entalpia	319
8.12	Rifrazione	239	11.11	Processi isotermi	321
8.13	Fenomeni di diffrazione	241	11.12	Processi adiabatici	321
8.14	Sorgente o ricevitore in moto. Effetto Doppler	242		<i>Esercizi di riepilogo</i>	322
8.15	Suoni e ultrasuoni	247			
8.16	Sorgenti unidimensionali	249			
8.17	Sorgenti bidimensionali	254			
8.18	Caratteri dei suoni	257			
8.19	La voce umana e l'orecchio	258	12 Stato gassoso, stato liquido e stato solido	323	
	<i>Esercizi di riepilogo</i>	261	12.1	Introduzione	323
9 Cenni di struttura atomica	263	12.2	Equazione di stato per i gas perfetti	323	
9.1	Introduzione	263	12.3	Energia interna di gas perfetti	327
9.2	Teoria di Bohr per l'atomo di idrogeno	264	12.4	Espressione del primo principio della termodinamica per i gas perfetti	329
9.3	Livelli di energia degli elettroni in un atomo	267	12.5	Trasformazioni di gas perfetti	330
9.4	Struttura dell'atomo. Sistema periodico degli elementi	271	12.6	Teoria cinetica e modello dei gas perfetti	333
9.5	Forze fra atomi	273	12.7	Pressione nella teoria cinetica	334
9.6	Molecole e cristalli	277	12.8	Interpretazione cinetica della temperatura	335
10 Termologia	281	12.9	Distribuzione delle velocità molecolari in stati di equilibrio	337	
10.1	Introduzione	281	12.10	Legge di Boltzmann di distribuzione delle energie	340
10.2	Temperatura. Principio zero della termodinamica	282	12.11	Limiti della statistica di Maxwell-Boltzmann	341
10.3	Scale termometriche	285	12.12	Calori specifici dei gas perfetti ed equipartizione dell'energia	341
10.4	Termometri	288	12.13	Oscillatore armonico e rotatore libero nella meccanica quantistica	344
10.5	Espansione termica dei solidi e dei liquidi	290	12.14	Teoria quantistica dei calori specifici	346
10.6	Quantità di calore e calorimetria	293	12.15	Isoterme per i gas reali nel piano pressione-volume	348
10.7	Trasmissione del calore. Convezione	296	12.16	Equazione di stato di Van der Waals	350
10.8	Conduzione	296	12.17	Stato liquido ed equazione di Van der Waals	355
10.9	Irraggiamento	299	12.18	Tensione superficiale nei liquidi	357
	<i>Esercizi di riepilogo</i>	302			
11 Primo principio della termodinamica. Conservazione dell'energia	303				
11.1	Introduzione	303			
11.2	Sistemi termodinamici	303			
11.3	Equilibrio termodinamico	304			
11.4	Grandezze o variabili di stato. Equazioni di stato	306			

12.19 Contatto di due fluidi con un terzo mezzo	360	13.12 Entropia e disordine	403
12.20 Capillarità	361	13.13 Entropia ed espressioni del primo e del secondo principio della termodinamica	405
12.21 Evaporazione ed ebollizione	362	13.14 Entropia di un gas perfetto	407
12.22 Sublimazione	366	13.15 Entropia nei cambiamenti di stato ed entropia di mescolamento	408
12.23 Umidità	366	13.16 Il terzo principio della termodinamica	409
12.24 Solidi cristallini e corpi amorfì	367	■ <i>Esercizi di riepilogo</i>	414
12.25 Equazioni di stato	368		
12.26 Calori specifici dei solidi	371		
12.27 Fusione e solidificazione	372		
12.28 Liquidi a struttura quasi cristallina	374		
12.29 Calori specifici nei liquidi	376		
■ <i>Esercizi di riepilogo</i>	377		
13 Secondo principio della termodinamica	379	14 Funzioni termodinamiche caratteristiche	417
13.1 Introduzione	379	14.1 Introduzione	417
13.2 Macchine termiche	379	14.2 Energia interna	417
13.3 Ciclo di Carnot	380	14.3 Entalpia	419
13.4 Il secondo principio della termodinamica	384	14.4 Funzione di Helmholtz o energia libera a temperatura costante	420
13.5 Teorema di Carnot	386	14.5 Funzione di Gibbs o entalpia libera	423
13.6 Temperatura termodinamica	389		
13.7 Zero assoluto e sua irraggiungibilità	391		
13.8 Entropia	392	15 Radiazione e materia	425
13.9 Disuguaglianza di Clausius	399	15.1 Introduzione	425
13.10 Entropia nei sistemi isolati. Processi irreversibili	401	15.2 Emissione, assorbimento e riflessione di energia raggiante	425
13.11 Temperatura ed entropia come coppia di variabili di stato	402	15.3 Radiazione del corpo nero	430
		Soluzioni degli esercizi di riepilogo	434
		Per il ripasso	467
		Indice analitico	485

APPRAFONDIMENTI

Rilevazione dei dati cinematici	36
Oscillatore non lineare. Frequenze armoniche	75
Fionda gravitazionale	104
Relatività ristretta	117
Conservazione del momento della quantità di moto	131
Effetto giroscopico	158
Dinamica non lineare e caos deterministico	180
Le strutture tensintegre	185
Moti turbolenti	209
Effetto Magnus	214
Equazione delle onde di Schrödinger	228
Risonanze	256
Audiogramma normale	260
Cristallografia	278
La temperatura dell'universo	301
I venti nell'atmosfera terrestre	354
Cristalli liquidi	377
Motore termoacustico	385
Pressione della radiazione	429
Il quanto di radiazione	433

Prefazione

Argomenti di questo volume sono la meccanica e la termodinamica, come vengono ormai da lungo tempo insegnate nel primo dei due anni universitari in cui si suddivide la fisica classica, nei corsi di laurea in Scienze e in Ingegneria. È fisica classica, quale si è sviluppata e consolidata ormai da più di cent'anni, quando nuove conoscenze ne vennero ad ampliare i confini, modificandone nel profondo i contenuti. Sono, dunque, superati questi contenuti? Qual è il senso di proporne l'apprendimento? È opportuno continuare a insegnarli?

Per un certo verso la risposta è immediata e l'analogia che si propone ne aiuta la comprensione: come si potrebbe suonare un capriccio di Paganini al violino, se non si fosse in grado di fare una scala maggiore, diversificata magari da una minore? L'apprendimento dev'essere necessariamente graduato per livelli di difficoltà e di estensione. Sono quindi di certo passaggi necessari quelli per acquisire le prime conoscenze, e in molti casi saranno anche i soli passaggi per gran parte delle persone che studieranno su questo testo. Si può quindi ben presupporre di programmare un corso ipotizzando di fermarsi a un livello intermedio di conoscenza della disciplina.

Ciò non risponde, tuttavia, alle domande che ci si è posti poc'anzi e che si sintetizzano – una per tutte – nella prima: sono superati i confini della fisica classica? Sì, è la risposta corretta: la fisica classica è stata superata da quella quantistica. Ma anche in questo caso un'analogia può aiutare a individuare il senso di questo superamento e, restando in ambito musicale, si potrebbe pensare che è come se, al semplice ascolto di un brano musicale, si aggiungesse la vista dell'orchestra: si scoprirebbe, allora, la presenza di un direttore che governa tempi e modi, della distribuzione spaziale degli strumenti, magari di un coro muto ecc. La musica che genera la sensazione è la medesima, ma la conoscenza della sorgente è ben diversa. In un certo senso, è la modalità del conoscere che muta per effetto di una migliore e più accurata capacità di indagine, la quale propone una diversa ipotesi della realtà.

La fisica quantistica propone una nuova visione della realtà: è l'ultima possibile, ci si può chiedere? Non si può dire, naturalmente, ed è anche inutile chiederselo. Ognuna delle visioni possibili, infatti, descrive correttamente la 'réaltà' – che qui occorre opportunamente virgolettare – giacché di essa non si può dir nulla, in un certo senso nemmeno che esista: noi la osserviamo e la descriviamo per come ci appare e per ciò che ci può interessare. In questo senso, possiamo estendere questo concetto e dire che tutti abbiamo acquisito e possediamo una visione della realtà e che tutti conosciamo una fisica, preclassica si potrebbe definire, quando afferriamo una palla al volo, quando modelliamo le labbra per emettere un fischio, quando soffiamo sulla minestra calda per raffreddarla. È una modalità di conoscenza quella che usiamo

per fare queste azioni, che possono apparire elementari e che peraltro richiederebbero un buon lavoro di calcolatore per trovare una soluzione all'interno della fisica classica. Ci affidiamo a una conoscenza storica, prodotta da un allenamento continuo all'interazione col mondo esterno, per affrontarlo con una corretta consapevolezza del suo funzionamento, con una intuitiva visione della realtà.

La scienza, quale la intendiamo usualmente e come si è costruita nell'arco di più secoli, precisa questo modello intuitivo e lo quantifica per poterlo codificare e trasmettere in modo obiettivo, cioè indipendente dall'individuo che lo usa. Questo processo è costante e la scienza evolve estendendo l'oggetto del suo studio a temi sempre nuovi. Talvolta, in questo processo appaiono iati di grande spessore che chiedono nuove interpretazioni di quanto fino ad allora costruito: ciò è avvenuto con l'introduzione dei quanti nella fisica quasi un secolo fa, così che venne naturale chiamare quanto fin allora costruito con l'espressione di "fisica classica", quale viene riproposta in questo testo.

Quanto sopra premesso motiva implicitamente sia il contenuto, sia la modalità di presentazione degli argomenti riportati: il contenuto, per ciò che riguarda i limiti nella descrizione dei fenomeni, e la modalità, nel presentare i sistemi fisici nella loro realtà come compiutamente osservabili. Ciò è largamente sufficiente per una descrizione dei fenomeni più che aderente a quanto è correntemente osservabile, ed è stata l'unica via di descrizione del mondo reale fino alla rivoluzione quantistica. Così si codificò una serie di argomenti o capitoli della fisica, che ancora oggi sono universalmente accettati: la meccanica – con la sua estensione ai fluidi – e la termodinamica, quali sono presentate in questo libro; l'elettromagnetismo, con la sua estensione all'ottica, quali seguiranno in un secondo volume. Questa seconda edizione senza discostarsi per impostazione dalla precedente, ne modifica talune parti, selezionandone i contenuti ed estendendoli su due specifici fronti: gli esercizi e i temi di avanguardia.

Nel caso degli esercizi, si è posta particolare attenzione a proporre all'interno dei capitoli, inframmezzati ai paragrafi di riferimento, alcuni esercizi canonici, quasi capostipiti di una tipologia estesa, opportunamente descritti e risolti, nella loro formulazione analogica, priva di dati numerici. Si suggerisce a chi studia di seguirne il percorso con attenzione e, ove fossero presenti nei corsi seguiti le esercitazioni scritte, di provare a vederne possibili variazioni, invertendo eventualmente i dati noti con quelli da ritrovare, cambiando il sistema fisico oggetto del problema nelle sue forme o dimensioni, moltiplicando o riducendo il numero degli oggetti o dei parametri ecc. Si impara a risolvere i problemi provando a costruirne di nuovi, quasi si dovessero preparare per una prova da assegnare ad altri. Per aiutare chi studia a procedere in questa direzione, è riportata alla fine di quasi ogni capitolo una serie di problemi sugli argomenti di riferimento, le cui soluzioni sono raggruppate insieme in fondo al libro.

Nel caso dei temi d'avanguardia, questi sono variamente distribuiti tra i capitoli e separati graficamente; vertono su argomenti che si connettono a quelli del testo allargandone il contenuto, vuoi per applicazioni innovative, vuoi per estensione dei fenomeni descritti. Essi sono pensati per collegare questa porzione di fisica classica, come più sopra si è largamente descritto, a formulazioni o visioni nuove, delle quali appare opportuno non ignorare oggi la conoscenza.

Meccanica dei fluidi

7

■ 7.1 INTRODUZIONE

Nel capitolo sulla meccanica dei corpi deformabili abbiamo accennato alla notevole varietà di caratteristiche che possono presentare quei sistemi che vanno sotto il nome di fluidi e come per la descrizione di molti aspetti del loro comportamento sia necessario tenere conto delle particolarità strutturali di ciascuno di essi. Vi sono, peraltro, numerose considerazioni, di validità generale, che si possono svolgere senza dover tenere conto delle accennate particolarità. Si tratteranno ora appunto questi aspetti del comportamento dei fluidi e si considereranno alcune proprietà che sono essenzialmente legate alla capacità di scorrimento che questi sistemi posseggono.

In questo studio le grandezze di maggiore interesse che descrivono le proprietà del fluido sono: la densità ρ e il coefficiente di viscosità η . Si è già visto come il coefficiente di viscosità venga introdotto per caratterizzare il comportamento dei fluidi sottoposti a sollecitazioni di scorrimento: la presenza della viscosità in un fluido introduce forze tangenziali fra strati in moto relativo e produce dissipazione di energia. Essa è quindi analoga, sotto alcuni aspetti, all'attrito fra solidi a contatto in moto relativo. In alcuni casi dinamici la presenza della viscosità è determinante per l'andamento dei processi e non si può non tenerne conto; in altri essa può essere trascurata. Nei casi statici, poi, essa non giuoca alcun ruolo.

Per quanto riguarda la densità, si ricorda che i liquidi sono molto poco compressibili, sicché di solito non si commette un grave errore nel ritenerli incompressibili, cioè a densità costante, indipendente dalla sollecitazione. Nel caso dei gas invece la compressibilità è elevata e, di solito, a variazioni di pressione non solo corrispondono notevoli variazioni del volume di una massa gassosa (grandi variazioni della densità), ma sono anche associati considerevoli effetti termici. In tal caso i problemi vengono trattati con considerazioni di tipo diverso da quelle che qui si intendono fare e che invece saranno svolte in termodinamica. Vi sono tuttavia circostanze nelle quali anche le masse gassose non subiscono sensibili variazioni di densità: nel caso, per esempio, del volo in aria di un velivolo a velocità inferiore a quella del suono, il moto dell'aria rispetto alle ali del velivolo avviene in condizioni che sono bene approssimate dall'ipotesi di densità costante, cioè di incompressibilità del fluido. Questi casi possono essere inclusi nella trattazione che sarà qui svolta.

I fluidi comprendono sia i liquidi sia i gas

■ 7.10 EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

In condizioni di moto stazionario, la quantità di fluido contenuta entro una regione qualsiasi non varia. Se si considera una porzione di tubo di flusso, contenuta per esempio fra le sezioni 1 e 2 (**Fig. 7.22**), e si suppone che le sezioni trasversali del tubo (S) siano sufficientemente piccole sì da potere ritenere uniformi su ciascuna di esse ρ e v , la massa di fluido che entra nel volume in un secondo è $\rho_1 v_1 S_1$ eguale a quella che lascia il volume nello stesso tempo $\rho_2 v_2 S_2$:

$$(24) \quad \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2$$

È questa la **equazione di continuità** per un tratto di tubo di flusso in condizioni stazionarie ed esprime il fatto che la massa del fluido deve essere conservata, non è cioè creata o distrutta.

Se il fluido è incompressibile, come si può ammettere siano i liquidi, $\rho_1 = \rho_2$ e quindi la (24) diviene:

$$(25) \quad S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Il prodotto Sv dà il volume di fluido che passa per una sezione del tubo di flusso in un secondo: esso prende il nome di **portata** (m^3/s). La (25) esprime che *nel moto stazionario di un fluido la portata in un tubo di flusso è costante*. Da essa si deduce inoltre che le velocità nelle varie sezioni di un tubo di flusso sono inversamente proporzionali alle sezioni. Nella raffigurazione quindi del moto stazionario di un fluido incompressibile mediante le linee di flusso (o di corrente), là dove le linee si infittiscono le velocità aumentano, mentre dove sono più rade le velocità sono minori.

■ 7.11 TEOREMA DEL LAVORO E DELL'ENERGIA CINETICA PER FLUIDI IDEALI. EQUAZIONE DI BERNOULLI

L'applicazione del teorema del lavoro e dell'energia cinetica al caso del moto stazionario di un fluido ideale (incompressibile e privo di viscosità) in un tubo di flusso o in un condotto, fornisce la così detta **equazione di Bernoulli**, che ha un notevole interesse nella dinamica dei fluidi e dei liquidi in specie.

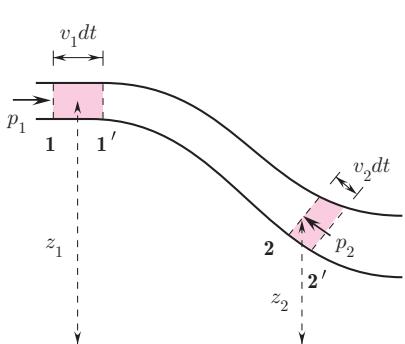


Figura 7.22

Si consideri il fluido che a un certo istante t si trova a occupare lo spazio fra la sezione 1 (area S_1) e la sezione 2 (area S_2) di un condotto o di un tubo di flusso (**Fig. 7.22**). Si suppone che le sezioni siano sufficientemente piccole in modo che si possa ammettere che in tutti i punti di una sezione la velocità v , la pressione p e la quota z rispetto a un piano di riferimento abbiano gli stessi valori e si usino gli indici 1 e 2 per le grandezze nelle due sezioni. In un intervallo di tempo dt il fluido contenuto inizialmente fra le sezioni 1 e 2 si è spostato e all'istante $(t + dt)$ esso si trova compreso fra le sezioni 1' e 2' che distano dalle originarie rispettivamente di $ds_1 = v_1 dt$ e $ds_2 = v_2 dt$.

Per il teorema del lavoro e dell'energia cinetica, il lavoro fatto nel tempo dt dalle forze esterne che sollecitano la massa fluida deve essere uguale alla variazione di energia cinetica del sistema. Le forze che sollecitano

il sistema sono la forza di gravità e le forze di superficie. Il lavoro dL_g compiuto dalle forze di gravità, poiché la massa fra le sezioni 1 e 2 resta invariata, è pari a quello che si ha nel passaggio della massa

$$dm = \rho S_1 v_1 dt = \rho S_2 v_2 dt$$

dalla quota z_1 alla z_2 . Esso è dato da:

$$dL_g = (z_1 - z_2) g dm$$

Il lavoro delle forze di superficie sarà unicamente quello corrispondente alle sezioni terminali che, essendo le forze di pressione dirette verso l'interno del fluido, nelle due sezioni è di segno contrario.

Si ha quindi

$$\begin{aligned} dL_p &= S_1 p_1 v_1 dt - S_2 p_2 v_2 dt \\ &= \frac{dm}{\rho} (p_1 - p_2) \end{aligned}$$

Analogamente, la variazione di energia cinetica è quella che compete al passaggio di una massa dm dalla regione compresa fra le sezioni 1 e 1' alla regione compresa fra le sezioni 2 e 2', essendo quella relativa alla massa tra le sezioni 1' e 2 rimasta invariata:

$$dT = \frac{1}{2} dm (v_2^2 - v_1^2)$$

Il teorema del lavoro e dell'energia cinetica si scrive:

$$\begin{aligned} dL_g + dL_p &= dT \\ g(z_1 - z_2) dm + \frac{dm}{\rho} (p_1 - p_2) &= \frac{1}{2} dm (v_2^2 - v_1^2) \end{aligned}$$

da cui si ottiene:

$$(26) \quad z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

L'equazione di Bernoulli esprime il fatto che in ogni sezione del tubo di flusso è

$$(27) \quad z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{cost}$$

Si osservi che i tre termini hanno le dimensioni di una lunghezza. Il primo di essi dà la quota del centro di massa della sezione rispetto a un piano di riferimento e prende il nome di **altezza geometrica**. Il secondo dà l'altezza di una colonna di liquido di densità ρ che determina una pressione pari alla pressione nella sezione, è cioè il dislivello che si determinerebbe per esempio in un manometro ad aria libera formato da un semplice tubo a U, collegato alla sezione in esame: esso prende il nome di **altezza piezometrica**. Il terzo termine ha l'espressione della altezza alla quale giunge un grave lanciato verso l'alto con la velocità iniziale v , pari alla velocità delle particelle fluide nella sezione: esso è chiamato **altezza di arresto**. Il teorema di Bernoulli si può esprimere dicendo che *nel moto stazionario di un fluido ideale in un condotto, o lungo una qualsivoglia linea di corrente, si mantiene costante la somma delle altezze geometrica, piezometrica e d'arresto*.

**Il teorema di Bernoulli è un'applicazione
del teorema del lavoro
e dell'energia cinetica**

In un tubo di flusso è costante la somma delle tre altezze: geometrica, piezometrica e di arresto

Consideriamo ora alcune applicazioni pratiche del teorema di Bernoulli.

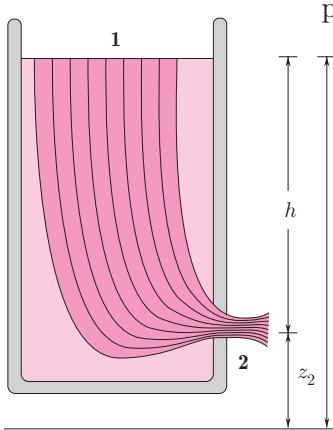


Figura 7.23

1. Si consideri un grande serbatoio di liquido e un piccolo orifizio in prossimità del fondo (**Fig. 7.23**). Le linee di flusso o di corrente del liquido che fluisce si originano nel serbatoio presso la superficie libera: in altri termini si può considerare un tubo di flusso che ha come sezione 1 la superficie libera e come sezione 2 una sezione nel liquido che ha superato l'orifizio. Si può inoltre osservare che le linee di flusso escono dall'orifizio convergendo verso l'asse di questo: ciò ha come conseguenza che la sezione della vena liquida raggiunge dopo l'orifizio una sezione (contratta) più piccola della sezione dell'orifizio stesso. Il rapporto fra l'area della sezione contratta e quella dell'orifizio dipende dalla forma dell'orifizio (si ottengono facilmente valori dell'ordine di 0,6) e può essere cambiato mediante l'aggiunta di tubi o flange.

Essendo inoltre l'orifizio molto piccolo, l'abbassamento del livello dell'acqua nel serbatoio è molto lento e quindi in un intervallo di tempo non eccessivamente lungo il moto può ritenersi stazionario. Applichiamo allora il teorema di Bernoulli

1. Alla sezione che coincide con la superficie libera nel serbatoio.
2. Alla sezione del tubo di flusso uscente dal serbatoio.

Dato che la prima sezione è molto maggiore della seconda, la velocità v_1 è tanto piccola da potere essere trascurata. La pressione inoltre nelle due sezioni è uguale alla pressione atmosferica p_0 . Si ha allora

$$z_1 + \frac{p_0}{\rho g} = z_2 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}$$

cioè per la velocità di efflusso, ponendo $h = z_1 - z_2$

$$(28) \quad v = \sqrt{2gh}$$

Tale risultato, noto come teorema di Torricelli, stabilisce che la velocità di efflusso è la stessa di quella che avrebbe il liquido se cadesse liberamente dalla sezione 1 a quella 2, dalla quota z_1 alla quota z_2 .

2. Si consideri un liquido in moto stazionario lungo un tubo orizzontale (**Fig. 7.24**) la cui sezione viene gradualmente ridotta da un valore iniziale S_1 a un valore S_2 . Se si applica l'equazione di Bernoulli alle due sezioni che si trovano alla stessa quota ($z_1 = z_2$):

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Dall'equazione di continuità (24), è $v_2 > v_1$ e quindi $p_1 > p_2$: la pressione di una corrente fluida aumenta con il diminuire della velocità. Questo effetto va sotto il nome di **effetto Venturi**: esso viene utilizzato in numerosi dispositivi per la misura della portata di correnti fluide in pressione entro tubi chiusi.

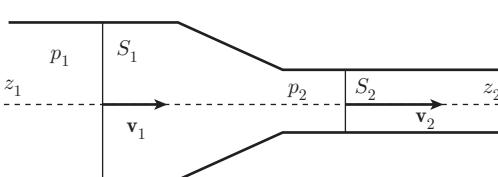


Figura 7.24

3. La **Figura 7.25a** mostra l'andamento delle linee di flusso nelle vicinanze di un'ala di aeroplano, o meglio di un suo modello, quale si può ricavare da un'esperienza in un tunnel aerodinamico. Poiché la forma dell'ala ha la superficie superiore con una curvatura maggiore

di quella inferiore e un orlo posteriore acuto (**Fig. 7.25a**), la velocità dell'aria che lambisce la superficie superiore è, rispetto all'ala, per una notevole estensione dell'ala stessa, maggiore di quella dell'aria che passa al di sotto dell'ala stessa, per cui la pressione al di sotto è maggiore e al di sopra minore di quella che si avrebbe nel fluido in assenza dell'ostacolo. La differenza fra queste due pressioni genera una forza verticale, detta **portanza**, che costituisce il sostegno alare.

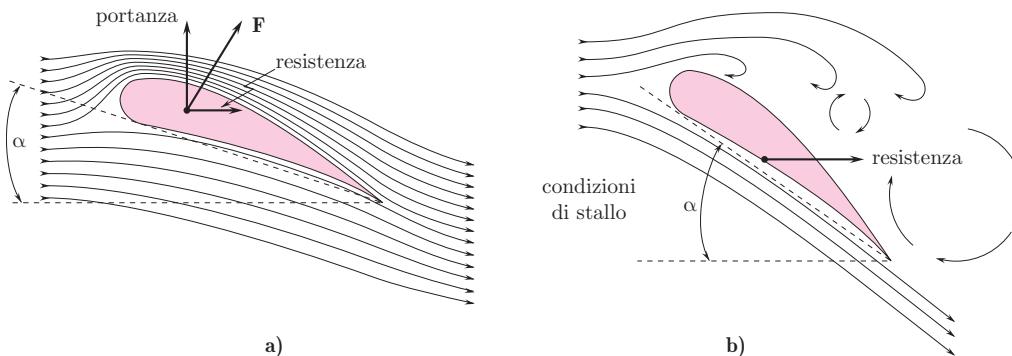


Figura 7.25

L'addensamento delle linee di flusso al di sopra dell'ala e la loro rarefazione al di sotto può essere aumentato inclinando la parte posteriore dell'ala, variando cioè l'angolo (di attacco) α fra la direzione del moto e quella di una retta scelta sul profilo alare. Se tuttavia l'angolo di attacco diviene troppo grande, i filetti fluidi al di sopra dell'ala si rompono e si formano dei vortici. Il moto non è allora più stazionario e il teorema di Bernoulli non può più essere applicato neanche per indicazioni qualitative. Quando si verificano queste condizioni la portanza diminuisce mentre aumenta la resistenza al moto: si dice che l'aereo entra in *condizioni di stallo* (**Fig. 7.25b**).

La differenza di pressione tra la superficie inferiore e quella superiore di un'ala ne determina la portanza

Esercizio 7.6

Un serbatoio cilindrico di grande diametro è fermo, poggiato con una base su una superficie orizzontale. Al suo interno è contenuta acqua la cui superficie libera si trova ad altezza H rispetto al fondo del contenitore. Un piccolo foro circolare, con asse orizzontale, deve essere praticato sulla parete laterale del contenitore, ad altezza h dal fondo, affinché il getto d'acqua uscente dal foro tocchi la superficie orizzontale alla massima distanza, D_{\max} , dal contenitore. Si determini h e D_{\max} trascurando la viscosità dell'aria sull'acqua in caduta.

Poiché il diametro del foro è piccolo rispetto a quello del serbatoio, l'abbassamento del livello dell'acqua nel serbatoio è molto lento; di conseguenza, in un intervallo temporale non eccessivamente lungo la velocità di uscita dell'acqua dal foro, v , può considerarsi costante. Se si applica il teorema di Bernoulli alla sezione coincidente con la superficie libera dell'acqua e alla sezione del tubo di flusso uscente dal foro, si scriverà (**Fig. 7.26**):

$$H = h + \frac{v^2}{2g}$$

La velocità di uscita dell'acqua dal foro, diretta orizzontalmente, è allora

$$v = \sqrt{2g(H-h)}$$

Poiché il tempo di volo dell'acqua è $t = \sqrt{2h/g}$, l'acqua toccherà la superficie orizzontale a una distanza dal contenitore pari

$$D(h) = vt = 2\sqrt{(hH - h^2)}$$

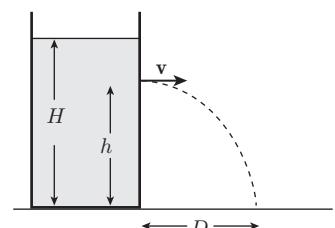


Figura 7.26

Il valore massimo di D si ottiene imponendo

$$\frac{dD(h)}{dh} = 0$$

da cui si ricava $h = H/2$ e $D_{\max} = H$.

Esercizio 7.7

Una siringa di forma cilindrica dotata di stantuffo che può scorrere senza attrito, è disposta orizzontalmente e contiene un volume di acqua V . La siringa possiede un piccolo foro circolare coassiale con lo stantuffo: l'area della superficie del foro, A , è molto minore dell'area della superficie dello stantuffo in contatto con l'acqua. Si determini il lavoro che si deve compiere premendo lo stantuffo in direzione assiale con una forza costante, se si desidera espellere il volume V di acqua dal foro in un tempo t . (Si consideri trascurabile la viscosità dell'acqua.)

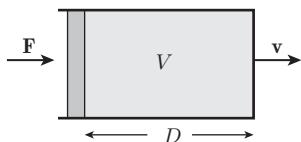


Figura 7.27

Indicando con F la forza con cui viene premuto lo stantuffo e con h la lunghezza della colonna d'acqua presente nella siringa (Fig.7.27), il lavoro per espellere il volume V di acqua dal foro è:

$$L = Fh$$

Il teorema di Bernoulli applicato tra due punti posti alla stessa quota in prossimità del foro, uno all'interno della siringa e l'altro fuori, fornisce la relazione

$$\frac{F}{S} \frac{1}{\rho g} = \frac{v^2}{2}$$

dove S e v rappresentano la superficie dello stantuffo a contatto con l'acqua e la velocità di uscita dell'acqua dal foro, rispettivamente. La precedente relazione, tenendo presente che $Sh = V$, può essere scritta nella forma

$$\frac{Fh}{V} \frac{1}{\rho g} = \frac{v^2}{2g}$$

da cui

$$L = Fh = \frac{\rho V v^2}{2}$$

La velocità v si ricava dalla conservazione della massa d'acqua durante il processo di espulsione dalla siringa:

$$Avt = V \implies v = \frac{V}{At}$$

e quindi

$$L = \frac{1}{2} \frac{\rho V^3}{t^2 A^2}$$

EFFETTO MAGNUS

Come si è indicato nel testo, l'applicazione del teorema di Bernoulli a casi di correnti fluide di quotidiana esperienza dà luogo a effetti vistosi di forze nascenti sugli oggetti immersi, dovuti alle variazioni di pressione che si suscitano in regioni in cui è diversa la velocità del fluido. Per i casi indicati è inessenziale indicare se il fluido scorre rispetto al corpo o se questo è in moto traslatorio rispetto al fluido. Un fenomeno nuovo, invece, anch'esso interpretabile in base alle variazioni di pressione derivanti da variazioni di velocità del fluido, si ha quando oltre al moto traslatorio relativo tra fluido e i corpi immersi, questi siano anche in rotazione su sé stessi. È questo il caso ben noto che si

determina negli sport in cui si usa la palla, qual è la palla 'tagliata' nel tennis e negli sport che usino racchette, o nei tiri da calci di punizione o d'angolo nel calcio, o nei colpi della pallavolo o pallanuoto. Il fenomeno va sotto il nome di effetto Magnus e può aver luogo solo se il fluido interessato ha caratteristiche di viscosità.

Per una migliore comprensione del fenomeno, si consideri il caso schematico di un corpo cilindrico sufficientemente lungo da potere così ridurre il fenomeno a un caso bidimensionale, qual è rappresentato nella Figura 7.28a. Il cilindro ruoti attorno al proprio asse e sia immerso in un fluido in moto con componenti della velocità normali all'asse.

La presenza del cilindro, come si è visto nel testo per il caso dell'ala, produce un campo di linee di flusso che avvolgono il cilindro, in modo totalmente simmetrico rispetto al piano $y=0$ nel caso in cui il cilindro non stia ruotando, e in modo asimmetrico se ruota. In questo secondo caso, infatti, la viscosità del fluido fa sì che sulla superficie del cilindro si formi uno strato – così detto 'strato limite' – che aderisce completamente alla superficie, assumendo la stessa velocità di questa. Strati di fluido via via più distanti dalla superficie tendono ad annullare questo effetto di trascinamento, per ridursi a distanza teoricamente infinita alla stessa velocità che avrebbero per il caso del cilindro non rotante.

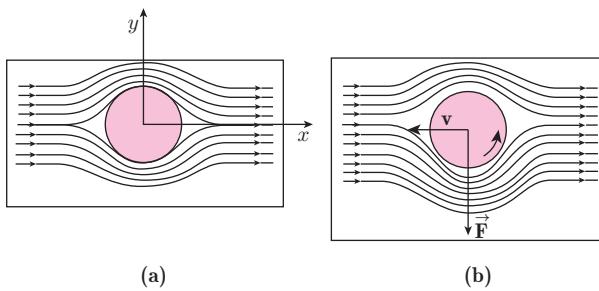


Figura 7.28

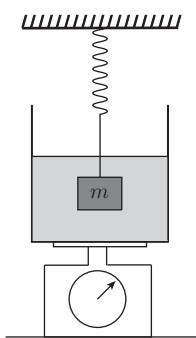
In tal modo, dalla parte dove la velocità della superficie in rotazione è concorde con quella del fluido, la velocità di scorrimento è maggiore di quella che si ha dalla parte opposta e minore sarà, pertanto, la pressione (**Fig. 7.28b**).

Sul cilindro si esercita, quindi, una forza netta in direzione normale sia all'asse del cilindro, sia alla direzione della velocità del flusso indisturbato e diretta dalla parte del flusso con velocità discorde verso quella a velocità concorde. Il valore di detta forza è proporzionale al prodotto della velocità indisturbata del flusso e della velocità di rotazione del cilindro.

Nei casi sopra citati di una palla che si muova nell'aria e che sia stata nel contempo messa in rotazione da un colpo iniziale, della racchetta o altro, si perde la schematizzazione del cilindro di lunghezza infinita sopra descritto, ma è ancora presente l'effetto di generazione di una forza trasversa al moto. Un ulteriore caso in cui si evidenzia l'effetto in questione è quello della stabilizzazione di una pallina posta su un getto d'acqua o di aria emesso verticalmente verso l'alto: si nota che quando una piccola perturbazione prodotta dall'esterno sulla pallina provochi lo spostamento di questa dalla sua posizione centrale sull'asse del flusso, la pallina ritorna alla posizione centrale sospinta da una forza, che appare come forza di richiamo verso la posizione di equilibrio. In tale caso, a quanto finora indicato nel caso della palla tagliata, si aggiunge anche la presenza di una forza di resistenza del mezzo (sempre dovuta alla viscosità del fluido) che, come tale, ha direzione e verso della velocità d'insieme del fluido, ovvero contraria alla velocità relativa del corpo rispetto al fluido: tale forza, verticale verso l'alto, equilibra la forza peso annullando le componenti verticale della risultante. La componente orizzontale è responsabile del richiamo della pallina alla posizione di equilibrio.

■ ESERCIZI DI RIEPILOGO

7.1 Un contenitore di massa M con all'interno un litro d'acqua è posto sopra il piano orizzontale di una bilancia. Nell'acqua è immerso, tramite un filo inestensibile e privo di massa attaccato a una molla ideale di costante elastica k , un blocchetto di ferro di massa m . Si determini l'allungamento della molla e il peso, espresso in kilogrammi, indicato dalla bilancia. ($M = 2 \text{ kg}$, $m = 0,5 \text{ kg}$, $k = 100 \text{ N m}^{-1}$, rapporto tra la densità dell'acqua e quella del ferro: $\rho_A/\rho_F = 0,126$.)



7.2 Un contenitore cilindrico contenente acqua è posto su una superficie orizzontale. Inizialmente sulla

superficie dell'acqua galleggia un corpo parzialmente immerso, essendo V_I il volume immerso. Una massa $M = 0,5 \text{ kg}$ viene successivamente posata sopra il corpo parzialmente immerso: il sistema dei due corpi continua a galleggiare e il volume immerso è $V'_I = 1,015V_I$. Si determini V_I .

7.3 Un recipiente cilindrico di sezione $A = 800 \text{ cm}^2$, poggiato su un piano orizzontale, contiene dell'acqua sino a un'altezza $h = 3 \text{ cm}$. Se vi s'immerge un cubo di densità $\rho_{\text{corpo}} = 850 \text{ kg m}^{-3}$ e di lato L eguale al raggio R della sezione del recipiente cilindrico, si chiede quale sia la pressione p che questo corpo esercita sul fondo del recipiente. (Si noti che $R < h$.)

7.4 Una sfera di raggio $R = 5 \text{ cm}$ fatta di legno (densità legno $\rho_\ell = 0,5 \text{ g cm}^{-3}$) contiene al suo interno una cavità completamente riempita di un materiale avente densità $\rho_c = \rho_\ell/5$. Se la sfera viene immersa in un contenitore di forma cilindrica, di sezione $A = 100 \text{ cm}^2$, contenente acqua e appoggiato su di un piano orizzontale, si nota che l'acqua nel contenitore si innalza di una quantità $\Delta h = 2 \text{ cm}$. Si chiede il volume della cavità.

7.5 Un corpo a forma di cilindro retto fatto di rame avente massa m è tenuto immerso, tramite un filo inestensibile e privo di massa diretto lungo la direzione dell'asse del cilindro, in un contenitore pieno di acqua. Si determini la tensione del filo per le seguenti due condizioni: a) cilindro completamente immerso con la superficie di base superiore coincidente con il pelo libero dell'acqua; b) cilindro immerso per metà nell'acqua. ($m = 1 \text{ kg}$, densità del rame $\rho_{\text{Cu}} = 8,9 \text{ g cm}^{-3}$.)

7.6 Un sottile tubo a forma di cilindro retto lungo $l = 2,0 \text{ m}$ è chiuso agli estremi con delle membrane che si rompono se sottoposte a una pressione superiore a $p_{\max} = 4 \times 10^4 \text{ Pa}$. Il tubo, completamente riempito d'acqua, viene posto in rotazione con velocità angolare costante ω attorno a un asse verticale passante per il centro di una delle due basi e giacente su questa. Si determini la velocità angolare massima con cui il tubo può ruotare senza che si rompano le membrane di chiusura.

7.7 Sullo scafo di un'imbarcazione in navigazione sul mare vi è un foro circolare di diametro $D = 2 \text{ cm}$ posto a una profondità $h = 1 \text{ m}$ sotto il pelo libero dell'acqua. Si determini la forza con la quale, dall'interno dello scafo, occorre premere il palmo di una mano contro il foro per impedire che l'acqua entri nell'imbarcazione. (Densità dell'acqua di mare $\rho = 1,03 \text{ g cm}^{-3}$.)

7.8 Un cilindro omogeneo di legno di densità $\rho = 350 \text{ kg m}^{-3}$, di altezza $h = 60 \text{ cm}$ è tenuto sospeso con la base inferiore a contatto con la superficie libera dell'acqua contenuta in un recipiente. Rilasciando libero il corpo, questo scende parzialmente nell'acqua e inizia a oscillare attorno alla posizione di equilibrio; si chiede quale profondità massima d al di sotto della superficie libera raggiunga la base libera del cor-

po cilindrico, trascurando i possibili effetti dell'attrito vischioso.

7.9 Un serbatoio cilindrico di sezione $A = 4,5 \text{ m}^2$ e altezza $h = 1,5 \text{ m}$ con uno sfialo sulla superficie superiore, colmo d'acqua, è poggiato sul piano orizzontale di un trattore. Sulla parete, in corrispondenza del fondo del serbatoio e nella posizione posteriore al trattore, viene praticato un foro di sezione assai più piccola dell'area A . Si chiede quale sia la velocità V di uscita dell'acqua dal foro quando il trattore sia fermo o sia in moto con accelerazione $a = 2,5 \text{ m s}^{-2}$ nel verso di marcia avanti.

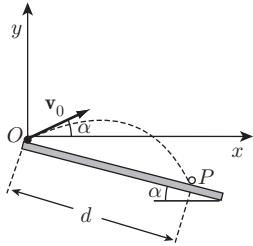
7.10 Un tubo di lunghezza $L = 1,5 \text{ m}$ posto in posizione verticale è chiuso all'estremità inferiore da un pistone, da considerarsi privo di massa, a tenuta scorrevole senza attrito e all'estremo superiore da una membrana recante un piccolo foro al centro, di area sensibilmente più piccola di quella della sezione del tubo. Dopo aver riempito completamente con acqua il tubo tra le due basi estreme, si esercita dall'esterno sul pistone una pressione, senza sostanzialmente muovere il pistone, tale da fare uscire l'acqua dal foro all'estremità superiore con uno zampillo che si eleva di un tratto $h = 2,5 \text{ m}$ al di sopra della membrana. Si chiede quale sia la pressione con cui viene forzato il pistone.

7.11 Un recipiente di forma cubica di lato L privo della copertura superiore è montato sul piano orizzontale di un autoveicolo che si muove con accelerazione costante a su una strada in pianura. A veicolo fermo la superficie libera è orizzontale a $3/4L$ di altezza. Si chiede il valore massimo dell'accelerazione consentito affinché l'acqua non debordi dal recipiente.

Soluzioni degli esercizi di riepilogo

CAPITOLO 1

1.1 Rispetto a un sistema di riferimento con origine nel punto di lancio con l'asse x diretto orizzontalmente, le coordinate del punto P di caduta della massa puntiforme sono: $x_p = d \cos \alpha$ e $y_p = -d \sin \alpha$.



Le leggi orarie del moto della massa lungo l'asse x e y si scrivono come:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \\ y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Indicando con \bar{t} il tempo di volo della massa si ha:

$$\begin{cases} x(\bar{t}) = x_p \Rightarrow v_0 \cos \alpha \bar{t} = d \cos \alpha \Rightarrow \bar{t} = \frac{d}{v_0} \\ y(\bar{t}) = y_p \Rightarrow v_0 \sin \alpha \bar{t} - \frac{1}{2} g \bar{t}^2 = -d \sin \alpha \\ \Rightarrow d = \frac{4v_0^2 \sin \alpha}{g} \end{cases}$$

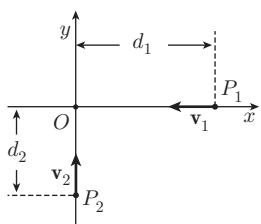
1.2 Con riferimento alla figura seguente, le leggi orarie del moto dei due punti sono:

$$x_1(t) = d_1 - v_1 t \quad \text{e} \quad y_2(t) = -d_2 + v_2 t$$

Se ℓ è la distanza tra i due punti, allora:

$$\ell^2(t) = x_1^2 + y_2^2 = d_1^2 + v_1^2 t^2 - 2v_1 d_1 t + d_2^2 + v_2^2 t^2 - 2v_2 d_2 t$$

Nell'istante \bar{t} in cui è minima ℓ , è minima anche ℓ^2 ; quindi:



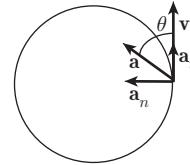
$$\begin{aligned} \left(\frac{d\ell^2}{dt} \right)_{t=\bar{t}} &= 0 \Rightarrow 2v_1^2 \bar{t} - 2v_1 d_1 + 2v_2^2 \bar{t} - 2v_2 d_2 = 0 \\ &\Rightarrow \bar{t} = \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1^2 + v_2^2} \end{aligned}$$

1.3 Se ω è la velocità angolare del punto, allora

$$\frac{d\omega}{dt} = \gamma \Rightarrow \omega(t) = \frac{1}{2} c t^2$$

Indicando con a_t e a_n l'accelerazione tangenziale e normale del punto, rispettivamente, si ha:

$$a_t(t) = \frac{dv}{dt} = \gamma r = c t r \quad \text{e} \quad a_n(t) = \omega^2 r = \frac{1}{4} c^2 t^4 r$$



dove r è il raggio della traiettoria circolare. Se \bar{t} è l'istante nel quale il vettore accelerazione forma un angolo $\vartheta = 30^\circ$ con il vettore velocità, allora:

$$\tan 30^\circ = \frac{a_n(\bar{t})}{a_t(\bar{t})} = \frac{\frac{1}{4} c^2 \bar{t}^4 r}{c \bar{t} r} \Rightarrow \bar{t} = \sqrt[3]{\frac{4 \tan 30^\circ}{c}} \simeq 6 s$$

1.4 Detta \mathbf{v}_0 la velocità di lancio della massa puntiforme B , indicando con \bar{t} l'istante nel quale le due masse si trovano alla stessa quota d e riferendo il moto delle due masse a un asse y avente direzione e verso di \mathbf{v}_0 , la condizione sui moduli delle velocità dei due punti implica

$$|v_B(\bar{t})| = 3|v_A(\bar{t})| \Rightarrow v_0 - g\bar{t} = 3g\bar{t} \Rightarrow v_0 = 4g\bar{t}$$

D'altra parte deve essere $y_A(\bar{t}) = y_B(\bar{t})$, e quindi

$$h - \frac{1}{2} g \bar{t}^2 = v_0 \bar{t} - \frac{1}{2} g \bar{t}^2 \Rightarrow h = v_0 \bar{t} = 4g\bar{t}^2 \Rightarrow \bar{t} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Poiché $y_B(\bar{t}) = d$ si ha

$$v_0 \bar{t} - \frac{1}{2} g \bar{t}^2 = d \Rightarrow 4g\bar{t}^2 - \frac{1}{2} g \bar{t}^2 = d \Rightarrow d = \frac{7}{2} g \bar{t}^2$$

e sostituendo l'espressione di \bar{t} si ottiene $d = 7/8h$.

l'allungamento dell'asta è

$$\Delta L = \int_0^L \delta(dz) = \frac{1}{2} \rho L^2 \left[g + \frac{1}{3} \omega^2 L \right]$$

6.3 Indicando con L ed L' la lunghezza della fune senza e con la massa m , rispettivamente, allora

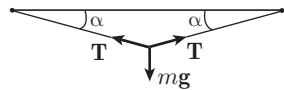
$$L_F = 2L' = \frac{L}{\cos \alpha}$$

Inoltre, se T è la tensione della fune, l'equilibrio della massa m richiede che per le forze su di essa agenti nella direzione verticale sia

$$mg - 2T \sin \alpha = 0 \Rightarrow 2T = \frac{mg}{\sin \alpha}$$

Dalla definizione del modulo di Young è:

$$\begin{aligned} E &= \frac{2T}{S} \frac{L}{L_F - L} = \frac{mg}{S \sin \alpha} \frac{L}{\frac{L}{\cos \alpha} - L} = \\ &= \frac{mg}{S} \frac{\cot \alpha}{1 - \cos \alpha} = 1,3 \times 10^9 \text{ N m}^{-2} \end{aligned}$$



6.4 Il coefficiente di compressibilità volumica K di un corpo omogeneo è legato alle variazioni relative di volume da

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{K}$$

essendo p la pressione esterna; poi anche al modulo di Young E e al coefficiente di Poisson μ dalla

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$

Poiché nel caso in oggetto si può porre $\Delta V/V = 3\Delta L/L$, si ha $K = pL/3\Delta L$ e, quindi,

$$E = 3(1-2\mu)K = \frac{(1-2\mu)L}{\Delta L} \rho gh = 9,41 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$$

6.5

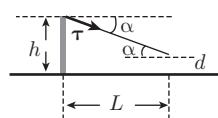
$$\frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta L}{L} = 3 \frac{1}{E} \frac{F}{L^2}$$

Quindi

$$L = \sqrt{\frac{3F}{E} \frac{V}{\Delta V}} = 16 \text{ cm}$$

6.6 La deformazione di un parallelepipedo per una sollecitazione di scorrimento è regolata dalla legge

$$\gamma = \frac{T}{G}$$



in cui T è lo sforzo di taglio, pari a

$$T = \frac{\tau}{a^2} \cos \alpha = \frac{\tau}{a^2} \frac{L}{\sqrt{L^2 + (h-d)^2}}$$

e $\gamma = l/h$ la deformazione di scorrimento. Si ha pertanto:

$$G = \frac{T}{\gamma} = \frac{\tau}{a^2} \frac{L}{\sqrt{L^2 + (h-d)^2}} \frac{h}{l} = 5,27 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$$

6.7 Le variazioni di lunghezza della sezione di rame della sbarra (ΔL_{Cu}) e di quella di alluminio (ΔL_{Al}), separatamente, sono

$$\Delta L_{Cu} = \frac{L}{E_{Cu}} \frac{F}{A} \quad \text{e} \quad \Delta L_{Al} = \frac{L}{E_{Al}} \frac{F}{A}$$

Dalla variazione totale della lunghezza

$$\Delta L = \Delta L_{Cu} + \Delta L_{Al} = \frac{F}{A} L \left(\frac{1}{E_{Cu}} + \frac{1}{E_{Al}} \right)$$

si ricava

$$E_{Al} = \frac{LF E_{Cu}}{\Delta L A E_{Cu} - LF} = 68 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$$

CAPITOLO 7

7.1 La seconda legge della dinamica applicata al blocchetto di ferro e proiettata lungo un asse y diretto verso il basso, tenuto conto che il filo è inestensibile e privo di massa, si scrive:

$$mg - k\Delta x - S = 0$$

dove Δx e S rappresentano l'allungamento della molla e la spinta di Archimede, rispettivamente. Se si indica con V il volume del blocchetto di ferro, allora

$$S = \rho_A V g = mg \frac{\rho_A}{\rho_F}$$

In conclusione:

$$\Delta x = \frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_A}{\rho_F} \right) \simeq 4,3 \text{ cm}$$

Se si indica con $m_A = 1 \text{ kg}$ la massa dell'acqua, considerando la reazione per il terzo principio della dinamica alla spinta di Archimede, la forza con cui il fondo del contenitore preme sul piatto della bilancia è:

$$F = (M + m_A)g + S \simeq 30 \text{ N} = \simeq 3,06 \text{ kg}$$

7.2 Indicando con m la massa del corpo inizialmente galleggiante sulla superficie dell'acqua e con ρ_A la densità di quest'ultima, le condizioni di equilibrio richiedono che:

$$\begin{cases} mg = \rho_A V_I g & \text{senza massa } M \\ (M+m)g = \rho_A V'_I g & \text{con la massa } M \end{cases}$$

MECCANICA DEI FLUIDI

- ✓ **Fluidi:** permettono lo scorrimento continuo e reciproco tra parti: liquidi e gas.
- ✓ **Liquidi perfetti:** viscosità nulla e incomprimibilità.
- ✓ **Gas perfetti:** seguono l'equazione di stato $pV = nRT$.
- ▶ Nei fluidi perfetti non ci possono essere sforzi di taglio, ma solamente forze di compressione (in quiete, questa condizione è soddisfatta).
- ▶ La pressione $p = dF/dS$ in un punto di un fluido non dipende dalla giacitura della superficie considerata.

Tipi di forza

- ✓ **Forze di volume:** in ogni punto sono proporzionali al volumetto (masserella) su cui agiscono (gravitazionali, peso, inerziali ecc.).
- ✓ **Forze di superficie:** in ogni punto sono proporzionali all'area su cui agiscono ($dF = pdS$).
- ▶ **Condizioni di equilibrio**
 - In assenza di forze di volume: p è la stessa, ovunque nel fluido;
 - In presenza di forze di volume, con densità $d\mathbf{F}/dV$:

$$\text{grad } p = d\mathbf{F}/dV \quad (\text{equazione della statica dei fluidi})$$

- ▶ **Teorema di Pascal:** una variazione Δp prodotta in un punto si risente inalterata in ogni altro punto di un fluido in quiete.
- ✓ **Pressione idrostatica:** per forze di volume dovute alla gravità, è $d\mathbf{F}/dV = \rho\mathbf{g}$ e si ha

$$p = p_0 + \rho g z \quad (\text{legge di Stevino})$$

Le superfici equipotenziali sono anche isobariche.

- ✓ **Pressione atmosferica,** dovuta alla forza peso dell'atmosfera sulla superficie terrestre: è pari alla pressione idrostatica di 760 mm di Hg (esperienza e barometro di Torricelli).
- ▶ **Teorema di Archimede:** la risultante delle forze di pressione sulla superficie di un corpo immerso in un fluido pesante è verticale, diretta verso l'alto e pari al peso del fluido spostato.

Dinamica dei fluidi

- ✓ **Linea di flusso:** linea avente tangenti in ogni punto le velocità delle particelle.
- ✓ **Linea di corrente:** traiettoria di una particella.
- ✓ **Fluido stazionario:** campo delle velocità costante nel tempo (le linee di flusso coincidono con le linee di corrente).
- ✓ **Tubo di flusso:** l'insieme delle linee di flusso passanti per una linea chiusa.
- ▶ **Teorema di Bernoulli** (per fluidi incomprimibili, non vischiosi): nel moto stazionario, in ogni punto di una linea di flusso è:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{cost}$$

(la somma delle altezze di *arresto*, *piezometrica* e *geometrica* è costante).

Applicazioni: tubo di Venturi, tubo di Pitot, ala ecc.

Tipi di moto: laminare e turbulentoo.

ONDE IN MEZZI ELASTICI

- ▶ La **propagazione** del moto oscillatorio della materia è dovuta al legame (interazione) tra le particelle costituenti. Le onde si propagano con velocità finita.

Tipi di onda

- per polarizzazione *longitudinali*, con $\mathbf{A} \parallel \mathbf{k}$; *trasversali*, con $\mathbf{A} \perp \mathbf{k}$ (due diverse polarizzazioni);
- per geometria del fronte d'onda: *piane*, *sferiche*, *cilindriche* ecc.;
- per composizione spettrale: *monocromatiche* (sinusoidali), *complesse* (con spettro continuo).

✓ **Equazione delle onde:** $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$

con $c = \sqrt{\text{cost. elastica/densità}}$, velocità di propagazione: dall'equazione del moto per una masserella ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$), più l'equazione costitutiva del mezzo (eq. di stato, elasticità ecc.). Soluzione generale: $\xi(x, t) = f(x \pm ct)$ con f generica.

Grandezze della propagazione

- ✓ **Spostamento:** $\xi(x, t)$.
- ✓ **Aampiezza:** A (valore massimo di ξ).
- ✓ **Lunghezza d'onda:** λ (periodicità spaziale).
- ✓ **Periodo:** T (periodicità temporale).
- ✓ **Numero d'onde:** $k = 2\pi/\lambda$.
- ✓ **Pulsazione:** $\omega = 2\pi/T$.
- ✓ **Frequenza:** $\nu = \omega/2\pi = 1/T$.
- ✓ **Intensità:** $J = \frac{1}{2}\rho c(\omega A)^2$ (flusso di energia per unità di tempo e per unità di area).
- ✓ **Velocità di fase:** $c = \omega/k$.
- ✓ **Velocità di gruppo:** $v = d\omega/dk$.
- ✓ **Fronte d'onda:** ogni superficie luogo di punti equifase.
- ✓ **Raggio:** una linea che sia ortogonale in ogni punto a fronti d'onda.
- ▶ **Principio di Huygens-Fresnel:** un fronte d'onda si costruisce per inviluppo di fronti d'onda elementari emessi da tutti i punti di un fronte d'onda precedente, con dipendenza angolare dell'ampiezza, e raggi pari al tempo di ritardo per la velocità locale di fase.

Fenomeni propri della propagazione per onda

- ✓ **Riflessione:** all'interfaccia tra due mezzi diversi: $i = r$.
- ✓ **Rifrazione:** all'interfaccia tra due mezzi diversi: $\sin i / \sin r = v_1/v_2$.
- ✓ **Diffrazione:** oltre ostacoli di dimensione $D \ll \lambda$.
- ▶ **Effetto Doppler:** variazione della frequenza udita da un osservatore rispetto a quella emessa dalla sorgente se vi è moto relativo: $\Delta f/f = v/c$.
- ✓ **Onda stazionaria:** somma di onde progressive propagantesi in verso opposto, con nodi e ventri di pressione e di spostamento.
- ✓ **Risonanza:** eccitazione di onde stazionarie condizionata da vincoli geometrici o fisici della struttura.
- ✓ **Suoni:** udibili dall'orecchio $10 < f < 20$ kHz; infrasuoni $10 \text{ Hz} > f$; ultrasuoni $f > 20$ Hz.
- ✓ **Orecchio umano:** audiogramma normale, con campo di frequenze e intensità udibili.

Daniele Sette, Adriano Alippi, Andrea Bettucci

Lezioni di Fisica 1

Meccanica • Termodinamica

Seconda edizione

Del corso di Fisica noto da decenni come *Il Sette, Lezioni di Fisica 1* è la prima parte, dedicata alla Meccanica e alla Termodinamica, a essere rinnovata. La revisione dei programmi ha comportato la scelta di contenuti più essenziali rispetto all'edizione di partenza, ma è stata anche l'occasione per introdurre cambiamenti significativi su due fronti: gli esercizi e i temi di avanguardia.

All'interno dei capitoli, in corrispondenza dei paragrafi di riferimento, sono stati proposti esercizi canonici, svolti passo passo nella loro formulazione analogica, cioè priva di dati numerici. In questo modo, chi studia può provare a vederne possibili variazioni, sostituendo i dati noti con quelli da trovare, variando il sistema fisico

nelle sue forme o dimensioni, moltiplicando o riducendo il numero degli oggetti o dei parametri. Quasi ogni capitolo, inoltre, presenta una sezione finale di *Esercizi di riproposizione*, con problemi sugli argomenti di riferimento, le cui soluzioni sono raggruppate in fondo al libro.

I temi di avanguardia sono distribuiti lungo i capitoli e si connettono agli argomenti esposti allargandone il contenuto nella direzione delle applicazioni innovative o dell'estensione dei fenomeni descritti. Sono pensati per collegare questa porzione di Fisica classica, la cui evoluzione è in un certo senso terminata quasi un secolo fa con l'introduzione dei quanti, a formulazioni e visioni nuove.

Daniele Sette (1918-2013) è stato professore ordinario di Fisica alla Sapienza Università di Roma.

Adriano Alippi è stato professore ordinario di Fisica alla Sapienza Università di Roma fino al 2011.

Andrea Bettucci è professore associato di Fisica alla Sapienza Università di Roma.

Le risorse multimediali



online.universita.zanichelli.it/sette-fisica1

A questo indirizzo sono disponibili le risorse multimediali di complemento al libro. Per accedere alle risorse protette è necessario registrarsi su **my.zanichelli.it** inserendo il codice di attivazione personale contenuto nel libro.

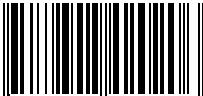
Libro con ebook



Chi acquista il libro può scaricare gratuitamente l'**ebook**, seguendo le istruzioni presenti nel sito.

L'ebook si legge con l'applicazione *Booktab Z*, che si scarica gratis da App Store (sistemi operativi Apple) o da Google Play (sistemi operativi Android).

SETTE*LEZIONI FISICA 1 2ED LUM
ISBN 978-88-08-42020-6



9 788808 420206

234567890 (60D)