4 Composizione di due forze parallele

4.1 Forze parallele e concordi

Dovendo procedere alla ricerca della risultante R di due forze parallele e concordi, il problema si riduce esclusivamente alla determinazione della retta d'azione della risultante, in quanto per gli altri elementi non esistono difficoltà. Infatti:

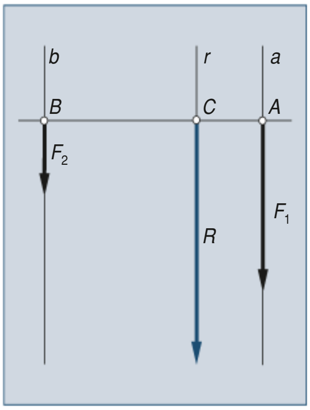
- l'intensità della risultante sarà pari alla somma delle intensità delle forze date;
- la direzione sarà evidentemente la stessa delle forze date;
- il verso, in modo del tutto analogo, coinciderà con quello delle due forze;
- il punto di applicazione si troverà sul segmento che congiunge i due punti di applicazione delle forze note.

Inoltre si può dimostrare la seguente regola.

> La retta d'azione r della risultante di due forze parallele e concordi divide il segmento che ne unisce i punti di applicazione in due parti inversamente proporzionali alle intensità delle forze stesse.

Ossia (FIGURA **2.16**):

$$\overline{CB} : \overline{AC} = F_1 : F_2 \tag{2.6)'}$$



2.16 Composizione di due forze parallele e concordi.

DIMOSTRAZIONE DELLA (2.6)'

La validità della (2.6)' risulterà evidente dopo aver studiato il capitolo 3: ne diamo un'interessante dimostrazione con i metodi finora studiati.
Siano date quindi due forze (F_1 e F_2), parallele e concordi, applicate rispettivamente nei punti A e B (FIGURA **2.17**) e proponiamoci di determinare la retta d'azione della risultante. Aggiungiamo al sistema dato (F_1 e F_2) altre due forze eguali e opposte fra loro (F' e F''), agenti lungo la congiungente i punti di applicazione di F_1 e F_2, cosa ammissibile in quanto le due nuove forze si annullano a vicenda e non alterano sostanzialmente gli effetti prodotti dal sistema dato. Componiamo ora la forza F_1 con F' e la forza F_2 con F'' ottenendo due forze ($\bar{F}_1$ e $\bar{F}_2$) non più parallele ma concorrenti nel punto M, intersezione delle rispettive rette d'azione a e b. Trasportiamo infine in M le forze così ottenute e procediamo a una nuova scomposizione secondo la direzione verticale e quella orizzontale.
È chiaro che la componente orizzontale di $\bar{F}_1$ coincide con la forza F' che è stata inserita nel sistema, così come coincide con la F'' la componente orizzontale di $\bar{F}_2$. Ciò equivale a dire che le rispettive componenti verticali coincidono con le forze F_1 e F_2. In definitiva, il procedimento eseguito ci ha consentito di trasportare le due forze parallelamente a se stesse, fino a portarle ad agire lungo la stessa retta d'azione. In tali condizioni la risultante R del sistema passa per tale retta e la composizione dei due vettori si riduce a una semplice somma algebrica. Indicando con C il punto di intersezione fra la retta d'azione della risultante e la congiungente AB, per la similitudine dei triangoli MRS e MCB, possiamo scrivere:

$$\overline{CB} : \overline{RS} = \overline{MC} : \overline{MR}$$

e, in modo analogo, considerando i triangoli $MR'S'$ e MCA:

$$\overline{AC} : \overline{R'S'} = \overline{MC} : \overline{MR'}$$

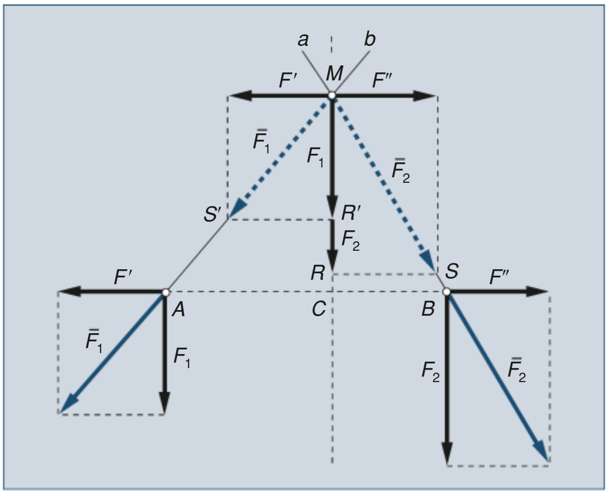
Dividendo membro a membro le due proporzioni sopra scritte, si ha:

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{RS}} \cdot \frac{\overline{R'S'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MC}}{\overline{MR}} \cdot \frac{\overline{MR'}}{\overline{MC}}$$

Ricordando che, per costruzione, è $\overline{RS} = \overline{R'S'}$, risulta infine:

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MR'}}{\overline{MR}}$$

Tale relazione può essere posta sotto forma di proporzione sostituendo ai singoli segmenti le intensità delle forze ricavate dalla figura ($\overline{MR} = F_2$, $\overline{MR'} = F_1$), ottenendo infine $\overline{CB} : \overline{AC} = F_1 : F_2$, come volevasi dimostrare.



2.17 Composizione di due forze parallele mediante forze ausiliarie.