**ESEMPIO 14**

**A SCUOLA DI LAVORO** Si richiede di individuare l'andamento nel tempo di una funzione che ha come trasformata:

$$F(s)=\frac{s+5}{s(s+1)^2}$$

L'antitrasformata di questa funzione non si può ricavare utilizzando direttamente le tabelle a disposizione; pertanto bisogna utilizzare il metodo della scomposizione in fratti semplici.

**Soluzione**

Data la presenza di una soluzione semplice e di una con molteplicità due si deve scomporre la funzione in tre frazioni; si ottiene:

$$F(s)=\frac{s+5}{s(s+1)^2}=\frac{A}{s}+\frac{B}{(s+1)}+\frac{C}{(s+1)^2}$$

Si procede determinando i coefficienti $A$, $B$ e $C$.
Con semplici passaggi risulta:

$$F(s)=\frac{s+5}{s(s+1)^2}=\frac{(A+B)s^2+(2A+B+C)s+A}{s(s+1)^2}$$

Eguagliando i termini dello stesso ordine che si trovano al numeratore delle due frazioni si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 2A+B+C=1 \\ A=5 \end{cases}$$

Risolvendo si ottiene infine $A = 5$, $B = -5$ e $C = -4$.
Sostituendo si ha:

$$F(s)=\frac{A}{s}+\frac{B}{(s+1)}+\frac{C}{(s+1)^2}=\frac{5}{s}-\frac{5}{(s+1)}-\frac{4}{(s+1)^2}$$

Dalle tabelle, essendo

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s}\right)=1(t)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s+a}\right)=e^{-t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{(s+a)^2}\right)=te^{-kt}$$

sostituendo si ottiene l'espressione cercata:

$$f(t) = 5 + 5e^{-t} - 4te^{-t} = 5e^{-t} - 4te^{-t}$$

**ESEMPIO 15**

Si richiede di individuare l'andamento nel tempo di una funzione che ha come trasformata:

$$F(s)=\frac{10}{s^3+s^2+5s}$$

L'antitrasformata di questa funzione non si può ricavare utilizzando direttamente le tabelle a disposizione; pertanto bisogna utilizzare il metodo della scomposizione in fratti semplici.

**Soluzione**

Raccogliendo $s$ al denominatore si ottiene:

$$F(s)=\frac{10}{s(s^2+s+5)}$$