La matematica che userai: 10 cose da sapere

GUARDA!
Inquadrami per vedere
12 videoripassi di matematica

1 Calcolare un’equivalenza

[➔ Es. a pag. 15]

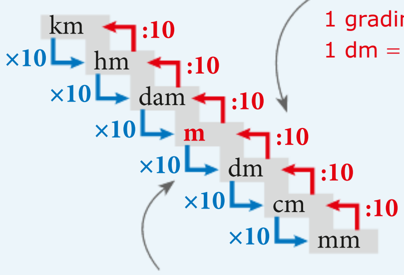
Per esprimere una misura ci vogliono sempre un numero e un’**unità di misura**.

L’unità di misura principale della lunghezza (o altezza, distanza ecc.) è il **metro** (m); quella della massa è il **kilogrammo** (kg). I multipli e sottomultipli del metro e del kilogrammo sono anch’essi usati, rispettivamente, come unità di misura della lunghezza e della massa.

Calcolare un’**equivalenza** significa esprimere una stessa misura in un’unità diversa da quella di partenza.

Misure di lunghezza e di massa

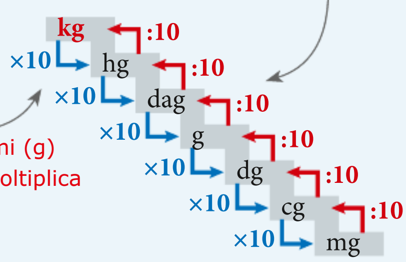
Nelle equivalenze tra unità di lunghezza e in quelle tra unità di massa **si va di 10 in 10**.



da decimetri (dm) a metri (m) si sale di 1 gradino e si divide per 10: 1 dm = 0,1 m

da metri (m) a centimetri (cm) si scende di 2 gradini e si moltiplica per 10 × 10 = 100: 1 m = 100 cm

da grammi (g) a ettogrammi (hg) si sale di 2 gradini e si divide per 10 × 10 = 100: 1 g = 0,01 hg



da kilogrammi (kg) a grammi (g) si scende di 3 gradini e si moltiplica per 10 × 10 × 10 = 1000: 1 kg = 1000 g

Multipli e sottomultipli del metro	Valore in metri
kilometro (km)	1 km = 1000 m
ettometro (hm)	1 hm = 100 m
decametro (dam)	1 dam = 10 m
decimetro (dm)	$1\ \text{dm} = \frac{1}{10}\ \text{m}$
centimetro (cm)	$1\ \text{cm} = \frac{1}{100}\ \text{m}$
millimetro (mm)	$1\ \text{mm} = \frac{1}{1000}\ \text{m}$

Alcune unità di massa	Valore in kilogrammi
ettogrammo (hg)	$1\ \text{hg} = \frac{1}{10}\ \text{kg}$
grammo (g)	$1\ \text{g} = \frac{1}{1000}\ \text{kg}$
milligrammo (mg)	$1\ \text{mg} = \frac{1}{1000000}\ \text{kg}$

› Come si fa

- Per passare da decimetro a millimetro si scende di due gradini nella scala delle unità di lunghezza. Quindi bisogna moltiplicare per 10 × 10 = 100:

$$5{,}88\ \text{dm} = 5{,}88 \times 100\ \text{mm} = 588\ \text{mm}$$

- Per passare da grammo a kilogrammo si sale di tre gradini nella scala delle unità di massa. Quindi bisogna dividere per 10 × 10 × 10 = 1000:

$$214\ \text{g} = 214 : 1000\ \text{kg} = \frac{214}{1000}\ \text{kg} = 0{,}214\ \text{kg}$$

Misure di area

L'unità di misura principale dell'area è il **metro quadrato** (m^2), cioè il metro moltiplicato per sé stesso.

Poiché il decimetro è 10 volte più piccolo del metro, il decimetro quadrato (dm^2) è $10 \times 10 = 100$ volte più piccolo del m^2. Analogamente, il centimetro quadrato (cm^2) è 100 volte più piccolo del dm^2 e $100 \times 100 = 10000$ volte più piccolo del m^2. Quindi, con le unità di area **si va di 100 in 100**.

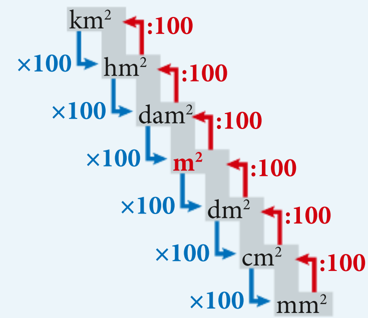
› Come si fa

- Per passare da centimetro quadrato a decimetro quadrato si divide per 100, perché nella scala delle unità di area si sale di un gradino:

$$623\ cm^2 = \frac{623}{100}\ dm^2 = 6{,}23\ dm^2$$

- Per passare da ettometro quadrato a metro quadrato si scende di due gradini e quindi si moltiplica per $100 \times 100 = 10000$:

$$0{,}49\ hm^2 = 0{,}49 \times 10000\ m^2 = 4900\ m^2$$



Misure di volume

L'unità di misura principale del volume è il **metro cubo** (m^3). Tra le altre unità ci sono il decimetro cubo (dm^3), che è un millesimo del m^3, e il centimetro cubo (cm^3), che è un millesimo del dm^3. In pratica, con le unità di volume **si va di 1000 in 1000**.

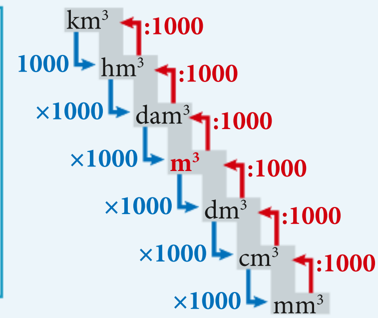
› Come si fa

- Per passare da centimetro cubo a metro cubo si sale di due gradini, quindi si divide per $1000 \times 1000 = 1\,000\,000$:

$$16500\ cm^3 = \frac{16\,500}{1\,000\,000}\ m^3 = 0{,}0165\ m^3$$

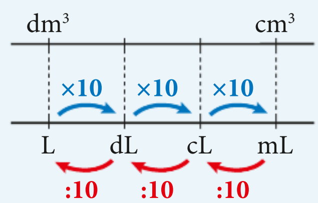
- Per passare da metro cubo a decimetro cubo si moltiplica per 1000:

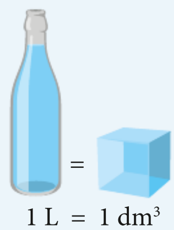
$$1{,}2\ m^3 = 1{,}2 \times 1000\ dm^3 = 1200\ dm^3$$



Il decimetro cubo è chiamato anche **litro** (L). Un decilitro (dL), un centilitro (cL) e un millilitro (mL) sono, rispettivamente, un decimo, un centesimo e un millesimo di litro:

$$\mathbf{1\ L = 1\ dm^3}$$
$$1\ dL = 0{,}1\ L = 0{,}1\ dm^3$$
$$1\ cL = 0{,}01\ L = 0{,}01\ dm^3 = 10\ cm^3$$
$$1\ mL = 0{,}001\ L = 0{,}001\ dm^3 = 1\ cm^3$$





Misure di tempo

L'unità di misura principale del tempo è il **secondo** (s). In un minuto (min) ci sono 60 secondi e in un'ora (h) 60 minuti; un giorno (d) è fatto di 24 ore e un anno (a) comprende in media 365,25 giorni (di norma 365, ma 366 ogni quattro anni). Perciò possiamo scrivere quattro uguaglianze:

$1\ min = 60\ s$	$1\ d = 24\ h = 24 \times 3600\ s = 86400\ s$
$1\ h = 60\ min = 60 \times 60\ s = 3600\ s$	$1\ a = 365{,}25\ d = 365{,}25 \times 86400\ s = 31\,557\,600\ s$

› Come si fa

- Per passare da minuti a secondi si moltiplica per 60:
  $15\ min = 15 \times 60\ s = 900\ s$

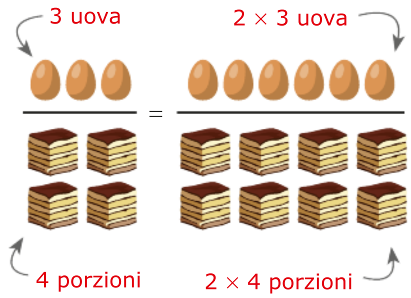
- Per passare da minuti a ore si divide per 60:
  $15\ min = \frac{15}{60}\ h = 0{,}25\ h$

Videoripasso di matematica

2 Risolvere una proporzione

[➔ Es. a pag. 15]

Con 3 uova si preparano 4 porzioni di tiramisù. Per prepararne 8 porzioni (2 × 4 porzioni) ci vogliono 6 uova (2 × 3 uova). Numero di uova e numero di porzioni sono in proporzione, cioè il rapporto tra i due numeri è fisso:



stesso rapporto:
0,75 uova per porzione

estremi

$$\mathbf{3:4=6:8} \quad \text{oppure} \quad \frac{3}{4}=\frac{6}{8}=0{,}75$$

medi

Anche i soldi spesi per il pane e i kilogrammi di pane acquistati sono in proporzione. Per esempio, se con 9,60 € si comprano 3 kg di pane, allora con 6,40 € se ne comprano 2 kg. Infatti:

$$(9{,}60\ €):(3\ \text{kg})=(6{,}40\ €):(2\ \text{kg}) \quad \text{o} \quad \frac{9{,}60\ €}{3\ \text{kg}}=\frac{6{,}40\ €}{2\ \text{kg}}=3{,}20\ €/\text{kg}$$

3,20 €/kg, è il prezzo unitario del pane (prezzo al kilogrammo).

Una **proporzione** è un'uguaglianza tra rapporti.

In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

Calcolo del termine incognito

Se in una proporzione un termine x è incognito e gli altri tre termini sono noti, è possibile calcolare x.

Quando x è un estremo, il suo valore è il prodotto dei medi diviso per l'altro estremo.

› Come si fa

Quante uova servono per preparare 480 porzioni alla sagra del tiramisù? L'incognita x è il numero delle uova. In base alla ricetta del tiramisù, x uova stanno a 480 porzioni come 3 uova stanno a 4 porzioni:

$$x : 480 = 3 : 4$$

La soluzione è $x=\dfrac{3\times 480}{4}=360$. Infatti, se al posto di x si mette 360 la proporzione è verificata ($360 : 480 = 3 : 4 = 0{,}75$).

Se x è un medio, il suo valore è il prodotto degli estremi diviso per l'altro medio.

Le proporzioni nei triangoli simili

Due triangoli che hanno due coppie di angoli corrispondenti congruenti sono simili e hanno i lati corrispondenti proporzionali.

› Come si fa

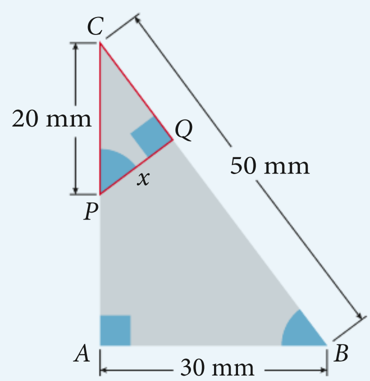
Qual è la lunghezza x del lato PQ del triangolo PQC?

I triangoli PQC e ABC sono simili. Tra le lunghezze dei lati vale quindi la proporzione $\overline{QP} : \overline{AB} = \overline{PC} : \overline{BC}$, cioè:

$$x : (30\ \text{mm}) = (20\ \text{mm}) : (50\ \text{mm})$$

che è verificata per

$$x=\frac{(30\ \text{mm})\times(20\ \cancel{\text{mm}})}{50\ \cancel{\text{mm}}}=12\ \text{mm}$$



3 Calcolare una percentuale

[→ Es. a pag. 16]

Una **percentuale** è una frazione con denominatore 100.

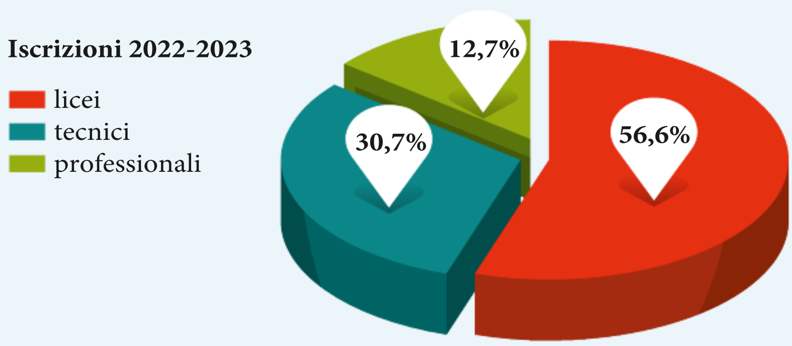
Il simbolo «%» significa «fratto 100», cioè «diviso per 100»:

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

percentuale	**10%**	**20%**	**25%**	**50%**	**75%**	**100%**
numero decimale	**0,1**	**0,2**	**0,25**	**0,5**	**0,75**	**1**
frazione	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{1}$

Calcolo della percentuale di un numero

Il grafico indica le percentuali di nuovi iscritti nei diversi tipi di scuole secondarie italiane di secondo grado. Gli studenti del primo anno sono circa 500 000.



- Il numero di studenti e studentesse che ha scelto un istituto tecnico è il 30,7% del totale, che equivale a:

$$\frac{30{,}7}{100} \times 500\,000 = 153\,500$$

- Gli iscritti ai licei sono 283 000, che corrispondono alla percentuale del 56,6% indicata nel grafico:

$$\frac{283\,000}{500\,000} = 0{,}566 = 56{,}6\%$$

Calcolo della variazione percentuale

Per calcolare come varia in percentuale una quantità che cambia nel tempo si può applicare la formula:

$$\text{variazione } \% = \frac{\text{valore finale} - \text{valore iniziale}}{\text{valore iniziale}} \times 100\%$$

› Come si fa

Un paio di jeans costa 120 €. Se ai saldi di fine stagione il prezzo scende a 84 €, quale sconto è stato applicato?

Dalla formula della variazione percentuale, otteniamo:

$$\text{variazione } \% = \frac{84\text{ €} - 120\text{ €}}{120\text{ €}} = -0{,}30 = -30\%$$

Lo sconto è quindi del 30%, cioè il prezzo dei jeans diminuisce del 30%.

Videoripasso di matematica

4 Costruire un grafico cartesiano

[➔ Es. a pag. 17]

Un *grafico cartesiano* ci permette di rappresentare dei dati numerici con un'immagine che li rende leggibili a colpo d'occhio.

Per esempio, nella tabella a lato sono raccolte le altezze di una persona, dalla sua nascita fino a 21 anni di età. Vogliamo mostrare questi dati con un grafico che metta in corrispondenza l'età e l'altezza della persona.

età (anni)	altezza (m)
0	0,50
3	0,90
6	1,10
9	1,30
12	1,50
15	1,65
18	1,78
21	1,80

altezza alla nascita

altezza a 21 anni

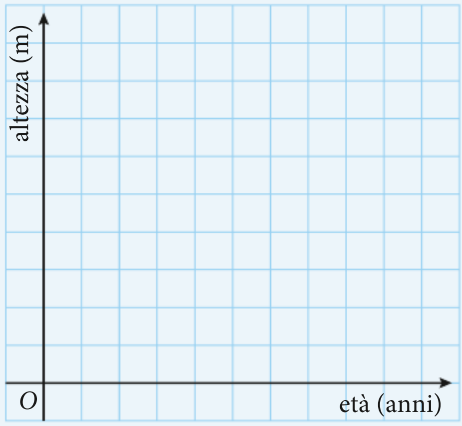
Rappresentazione degli assi e scelta delle scale

- Per costruire il grafico ci serviamo di due assi *orientati*, uno orizzontale e uno verticale.

  Un **asse orientato** è una retta a cui è assegnato un verso, indicato da una freccia.

  Sull'asse orizzontale indichiamo l'età in anni e sull'asse verticale l'altezza in metri.

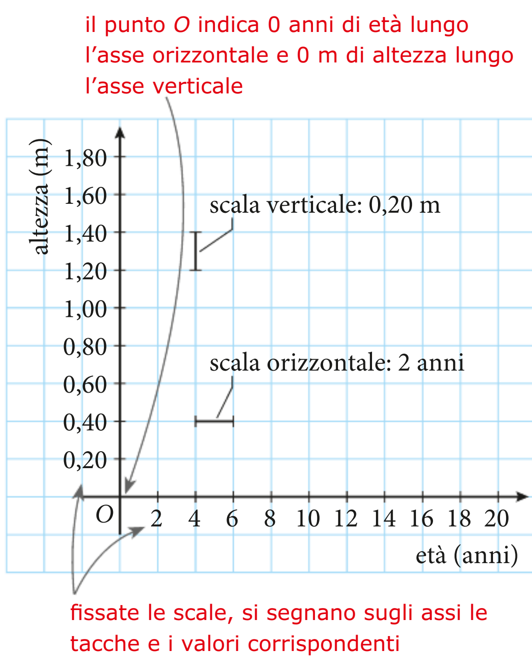
- Su ciascun asse **scegliamo una scala**. Il foglio a quadretti ci aiuta a suddividere gli assi in intervalli di uguale lunghezza: a ciascun quadretto sull'asse orizzontale assegneremo un numero di anni e a ciascun quadretto sull'asse verticale un valore in metri.



› Come si fa

- Sull'asse **orizzontale** vogliamo rappresentare le età dalla nascita a 21 anni sfruttando tutta la lunghezza disponibile. Poiché l'asse ha 11 quadretti alla destra di *O*, stabiliamo che a ogni quadretto corrispondono 2 anni. Otteniamo così la scala 0, 2, 4, 6, 8... indicata nel grafico a lato:

- Sull'**asse verticale**, vogliamo indicare le altezze a partire da 0,5 m fino a 1,80 m e abbiamo a disposizione 9 quadretti. Assegniamo a ogni quadretto il valore 0,20 m e otteniamo la scala 0, 0,20, 0,40, 0,60... indicata nel grafico.



Rappresentazione dei dati in un piano cartesiano

Un asse orientato orizzontale e uno verticale, che si intersecano in un punto O chiamato *origine* e su ciascuno dei quali è fissata una scala, definiscono un **piano cartesiano**. Un grafico disegnato in questo piano è chiamato **grafico cartesiano**.

In un piano cartesiano ogni punto ha due coordinate:

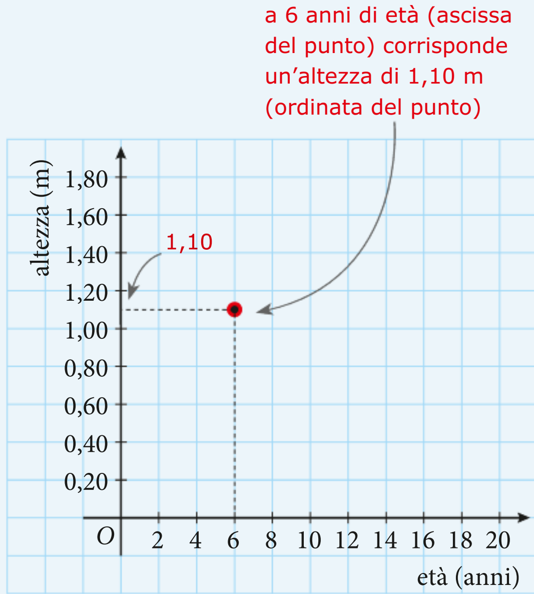
- l'**ascissa**, data dalla proiezione perpendicolare del punto sull'asse orizzontale;
- l'**ordinata**, data dalla sua proiezione perpendicolare sull'asse verticale.

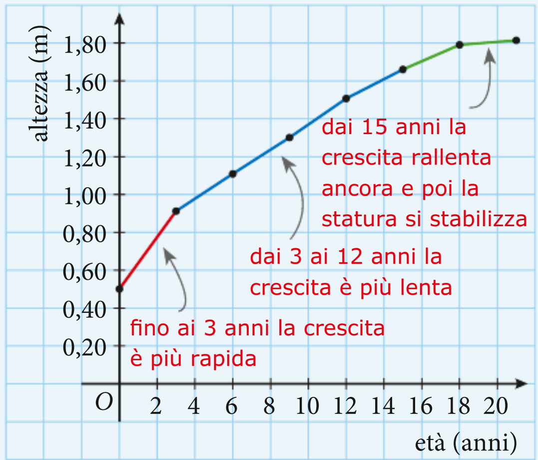
Ogni punto di un piano cartesiano mette in corrispondenza uno dei valori riportati sull'asse orizzontale con uno dei valori riportati sull'asse verticale.

Possiamo ora riportare i dati della tabella nel grafico cartesiano che abbiamo costruito.

Nella tabella leggiamo che all'età di 6 anni l'altezza della persona è di 1,10 m. Nel piano cartesiano età-altezza rappresentiamo la corrispondenza tra questi due valori marcando il punto di ascissa 6 anni e ordinata 1,10 m.

Procedendo nello stesso modo per ogni coppia di dati della tabella, otteniamo il grafico età-altezza mostrato a lato. I segmenti disegnati tra ogni punto e il successivo aiutano a visualizzare l'andamento dell'altezza in funzione dell'età.





Lettura del grafico

Nei primi 3 anni l'altezza è aumentata di (0,90 − 0,50) m = 0,40 m.

Nei successivi 3 anni la crescita è stata di 0,20 m e questo stesso incremento si è avuto ogni 3 anni fino ai 12 anni. La maggiore rapidità di crescita iniziale è indicata da una maggiore inclinazione verso l'alto del primo tratto del grafico rispetto ai tratti successivi.

In un grafico cartesiano:

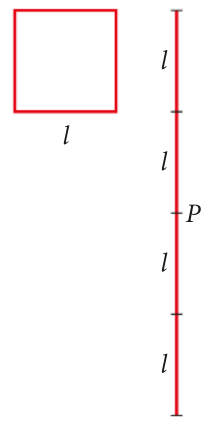
- una linea inclinata verso l'alto mostra che la variabile y in ordinate aumenta all'aumentare della variabile x in ascisse (e aumenta con rapidità maggiore se l'inclinazione è maggiore);
- una linea inclinata verso il basso dice che y diminuisce all'aumentare di x;
- una linea orizzontale dice che y non varia affatto.

Videoripasso di matematica

5 Riconoscere una proporzionalità diretta

[→ Es. a pag. 18]

Il perimetro P del quadrato è uguale a 4 volte il lato l. Quindi il rapporto tra P e l è costante (sempre uguale a 4). Per questa proprietà, il perimetro e il lato del quadrato sono *direttamente proporzionali*.



Due grandezze sono **direttamente proporzionali** se il loro rapporto è costante.

Indicando con k la costante di proporzionalità, possiamo affermare che la relazione tra due grandezze x e y è una **proporzionalità diretta** se vale l'uguaglianza:

$$\frac{y}{x} = k$$

che in modo equivalente, moltiplicando i due membri per x, possiamo scrivere come:

$$y = kx$$

Formula della proporzionalità diretta

Dalla formula $y = kx$ deduciamo che:

- se x raddoppia, cioè passa da un valore $x = x_0$ a un valore $x = 2x_0$, anche y raddoppia, passando da $y_0 = kx_0$ a $y = k(2x_0) = 2(kx_0) = 2y_0$;
- analogamente, se x triplica o quadruplica, oppure si dimezza, anche y triplica, quadruplica, si dimezza;
- se x subisce una variazione qualsiasi, passando da un valore $x = x_1$ a un valore $x = x_2$, allora y passa da un valore $y = y_1$ a un valore $y = y_2$ tali da soddisfare la relazione $y_2 - y_1 = kx_2 - kx_1 = k(x_2 - x_1)$.

Di solito, per indicare la variazione di una grandezza, si usa il simbolo Δ (lettera greca maiuscola «delta») seguito dal simbolo della grandezza. Con questa notazione, il risultato ottenuto si esprime così:

$$\Delta y = k\Delta x$$

Se due grandezze x e y sono direttamente proporzionali, anche le loro *variazioni* Δx e Δy sono direttamente proporzionali, con la medesima costante di proporzionalità k.

› Come si fa

Indichiamo con Q il numero di kilocalorie (kcal) fornite da un pezzo di pane di massa m. Ogni grammo di pane fornisce 3 kcal: avendo un rapporto costante $k = \frac{Q}{m} = 3\ \frac{\text{kcal}}{\text{g}}$, Q e m sono direttamente proporzionali.

- Quante kilocalorie forniscono 100 g di pane? E 300 g?

Le calorie di $m = 100$ g di pane sono:

$$Q = km = \left(3\ \frac{\text{kcal}}{\cancel{\text{g}}}\right)(100\ \cancel{\text{g}}) = 300\ \text{kcal}$$

Le calorie di una massa 3 volte più grande, $m = 300$ g, triplicano, quindi $Q = 900$ kcal.

- Quante kilocalorie assumiamo in più, se aumentiamo di 10 g la porzione di pane?

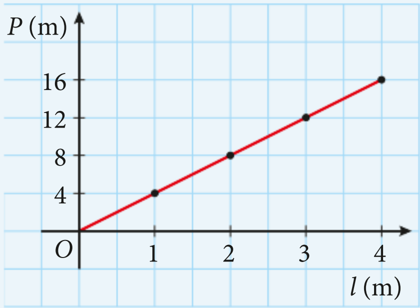
Per ogni aumento $\Delta m = 10$ g della massa di pane, l'apporto calorico aumenta di:

$$\Delta Q = k\Delta m = 30\ \text{kcal}$$

Dalla formula al grafico

La formula $P = 4l$ del perimetro del quadrato è del tipo $y = kx$, con $k = 4$. Assegnando al lato l i valori 1 m, 2 m…, ricaviamo i valori corrispondenti del perimetro P riportati nella tabella. Con le coppie di valori della tabella costruiamo il grafico di P in funzione di l.

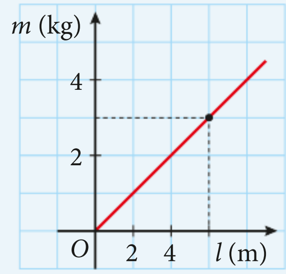
lato l (m)	perimetro P (m)
1	4
2	8
3	12
4	16



Il grafico di una proporzionalità diretta è una **retta** passante per l'origine degli assi.

Dal grafico alla formula

Il grafico della massa m di una corda in funzione della sua lunghezza l è stato ottenuto misurando le masse di tanti tratti di corda di lunghezze diverse.



Il fatto che il grafico sia una retta passante per l'origine indica che le due grandezze l e m sono direttamente proporzionali. Per determinare la loro relazione basta scegliere un punto del grafico, leggere le sue coordinate sulle scale degli assi e calcolare il rapporto k tra l'ordinata e l'ascissa.

› Come si fa

Nel grafico di m in funzione di l, all'ascissa $l = 6$ m corrisponde l'ordinata $m = 3$ kg. Quindi la costante di proporzionalità è $k = \frac{m}{l} = \frac{3\text{ kg}}{6\text{ m}} = 0{,}5\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}$ e la formula che esprime m in funzione di l è:

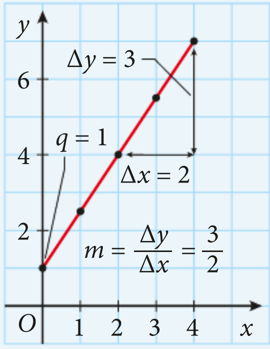
$$m = (0{,}5\text{ kg/m})\,l$$

Calcolando k dalle coordinate di un altro punto del grafico si ottiene lo stesso valore: ciò conferma che k è costante, cioè non dipende dal punto.

Dipendenza lineare

Il grafico a lato è una retta che non passa per l'origine. Ciò significa che le grandezze x e y sono *linearmente dipendenti*. Dette m e q due costanti, la formula generale della **dipendenza lineare** è:

$$y = mx + q$$



Questa formula dice che, se x varia della quantità $\Delta x = x_2 - x_1$, allora y varia della quantità $\Delta y = mx_2 + q - (mx_1 + q) = m(x_2 - x_1) = m\Delta x$. Quindi x e y non sono direttamente proporzionali (il rapporto y/x non è costante), ma le loro variazioni Δx e Δy lo sono.

- La costante $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ è chiamata **coefficiente angolare** della retta e ne misura la pendenza: più m è grande, più la retta è inclinata verso l'asse delle ordinate.
- La costante q è chiamata **intercetta** ed è l'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse delle y. Per $q = 0$, la dipendenza lineare è una proporzionalità diretta.

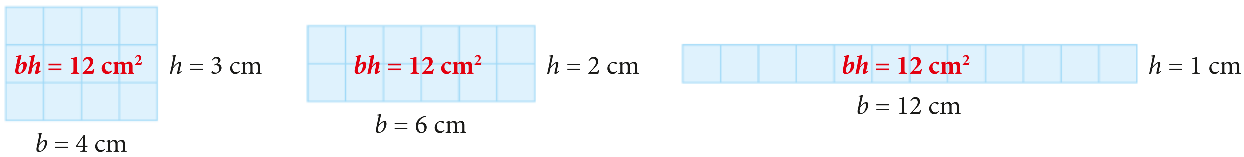
Nel grafico abbiamo $m = \frac{3}{2}$ e $q = 1$. Quindi, la relazione rappresentata è $y = \frac{3}{2}x + 1$.

Videoripasso di matematica

6 Riconoscere una proporzionalità inversa

[➔ Es. a pag. 19]

Un rettangolo di area 12 cm^2 ha un numero infinito di rettangoli equivalenti (con la stessa area). In tutti questi rettangoli la base b e l'altezza h hanno prodotto uguale a 12 cm^2, cioè costante.



Due grandezze si dicono **inversamente proporzionali** se, al loro variare, il loro prodotto si mantiene costante.

Quindi la base e l'altezza dei rettangoli equivalenti sono inversamente proporzionali. La relazione tra due grandezze x e y è una **proporzionalità inversa** se vale la seguente uguaglianza, in cui k è la costante di proporzionalità:

$$xy = k$$

Supponendo che x sia diversa da zero, dividiamo entrambi i membri per x e otteniamo la forma equivalente:

$$y = \frac{k}{x}$$

Formula della proporzionalità inversa

Dalla formula $y = \frac{k}{x}$ deduciamo che:

- se x raddoppia o triplica, allora y è dimezzata o ridotta a un terzo;
- se x è dimezzata o ridotta a un terzo, y raddoppia o triplica.

› Come si fa

La velocità media v con cui viene percorsa una certa distanza k e il tempo impiegato t sono inversamente proporzionali.

- Quale velocità media bisogna tenere per percorrere 10 km in un quarto d'ora?

Per percorrere 10 km alla velocità media di 10 km/h occorre un'ora. Per percorrere la stessa distanza in un quarto del tempo serve una velocità media quadrupla, cioè uguale a 40 km/h.

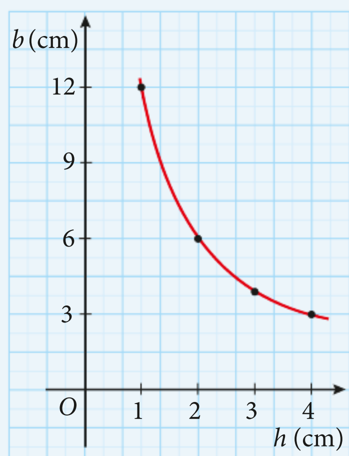
Dalla formula al grafico

Per un rettangolo di area 12 cm^2, la formula che lega la base b all'altezza h è:

$$b = \frac{12 \text{ cm}^2}{h}$$

Se assegniamo a h i valori 1 cm, 2 cm…, ricaviamo i valori corrispondenti di b, elencati nella tabella. Come notiamo dal grafico, le coppie di valori ottenute individuano punti appartenenti a un *ramo di iperbole*.

altezza h (cm)	base b (cm)
1	12
2	6
3	4
4	3

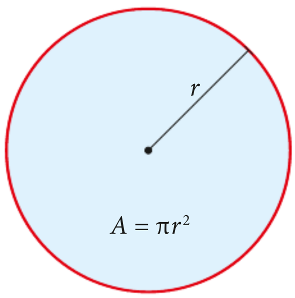


Il grafico di una proporzionalità inversa è un **ramo di iperbole equilatera** che ha gli assi cartesiani come asintoti.

Videoripasso di matematica

7 Riconoscere una proporzionalità quadratica [→ Es. a pag. 20]

L'area A del cerchio è π volte il raggio r elevato al quadrato. Quindi il rapporto tra A e r^2 è costante (sempre uguale a π), cioè A è *direttamente proporzionale* al quadrato di r.



In generale, la **proporzionalità quadratica** tra due grandezze x e y è definita da questa uguaglianza, con k costante di proporzionalità:

$$\frac{y}{x^2} = k$$

Da essa, moltiplicando i due membri per x^2, ricaviamo y in funzione di x:

$$y = kx^2$$

Formula della proporzionalità quadratica

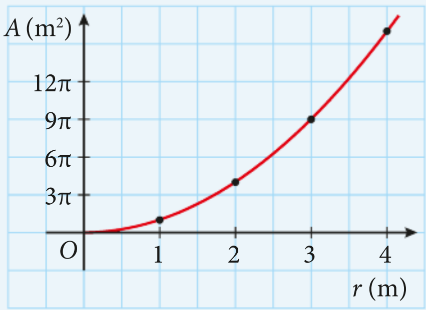
Dalla formula $y = kx^2$ deduciamo che:

- se x raddoppia o triplica, allora y quadruplica (si moltiplica per 2^2) o diventa nove volte maggiore (si moltiplica per 3^2);
- se x è dimezzata o ridotta a un terzo, y è ridotta a un quarto o a un nono.

Dalla formula al grafico

La formula $A = \pi r^2$ dell'area del cerchio è del tipo $y = kx^2$, con $k = \pi$. Per r uguale a 1 m, 2 m…, essa fornisce i valori di A scritti nella tabella. Nel grafico di A in funzione di r le coppie di valori della tabella individuano punti di un *arco di parabola*.

raggio r (m)	area A (m^2)
1	π
2	4π
3	9π
4	16π



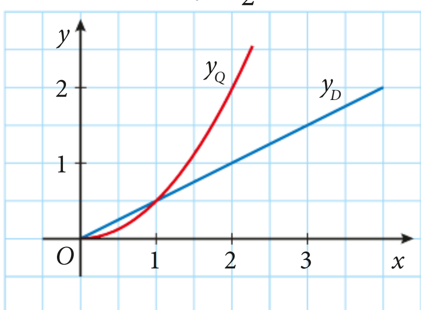
Il grafico di una proporzionalità quadratica è un **arco di parabola** con il vertice nell'origine degli assi.

Come si fa

Consideriamo la proporzionalità diretta $y_D = \frac{1}{2}x$ e la proporzionalità quadratica $y_Q = \frac{1}{2}x^2$.

- Per un dato valore di x, il valore di y è maggiore nella proporzionalità diretta o in quella quadratica?

Leggiamo i grafici che rappresentano le due relazioni.



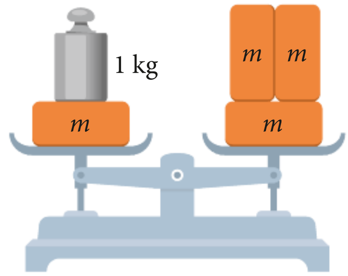
- Per valori di x maggiori di 0 e minori di 1, il grafico di y_Q è sotto a quello di y_D: ciò indica che il valore di y_Q è minore del valore di y_D.
- Nel punto di ascissa $x = 1$, i due grafici si intersecano: per questo valore di x, i valori di y_Q e y_D sono uguali.
- Per valori di x maggiori di 1, il grafico di y_Q è sopra a quello di y_D, ossia y_Q è maggiore di y_D.

Il grafico di y_D, una retta che ha una data inclinazione verso l'alto, mostra che y_D aumenta con rapidità costante all'aumentare di x. Il grafico di y_Q, la cui inclinazione cresce continuamente, indica che y_Q aumenta con rapidità sempre crescente.

Videoripasso di matematica

8 Risolvere un'equazione

[→ Es. a pag. 20]



Qual è la massa che sommata a 1 kg è uguale al proprio triplo?

In concreto, vogliamo determinare la massa m di un oggetto che, posto su un piatto di una bilancia assieme a un peso da 1 kg, tiene in equilibrio la bilancia quando sull'altro piatto ci sono tre oggetti identici a esso. Possiamo tradurre il problema nella seguente *equazione*, in cui l'incognita è m:

$$m + 1\text{ kg} = 3m$$

Questa equazione ha come soluzione $m = \frac{1}{2}$ kg. Infatti, se sostituiamo a m il valore $\frac{1}{2}$ kg:

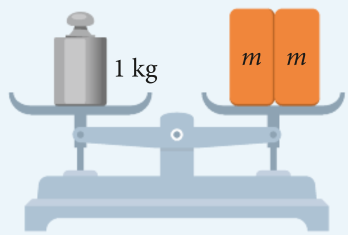
- il primo membro diventa $\frac{1}{2}\text{ kg} + 1\text{ kg} = \frac{3}{2}\text{ kg}$;
- il secondo membro diventa $3 \times \frac{1}{2}\text{ kg} = \frac{3}{2}\text{ kg}$, cioè uguale al primo.

Non tutte le masse verificano l'uguaglianza, ossia tengono in equilibrio la bilancia. Per esempio, con una massa m del valore di 1 kg, su un piatto della bilancia ci sarebbero 2 kg e sull'altro 3 kg.

Principi di equivalenza

Se la bilancia è in equilibrio e da entrambi i piatti togliamo un oggetto di massa m, essa resta in equilibrio. Ciò significa che il valore di m che risolve l'equazione di partenza risolve anche l'equazione che si ottiene sottraendo m a entrambi i membri:

$$\cancel{m} + 1\text{ kg} - \cancel{m} = 3m - m$$



Semplifichiamo ora le espressioni ai due lati dell'uguale. Troviamo un'*equazione equivalente* a quella data, che ha, cioè, la stessa soluzione:

$$1\text{ kg} = 2m \qquad \text{o} \qquad 2m = 1\text{ kg}$$

Questo ragionamento è espresso dal **primo principio di equivalenza delle equazioni:**

si può aggiungere o sottrarre uno stesso numero o una stessa espressione a entrambi i membri di un'equazione, senza che la soluzione dell'equazione cambi.

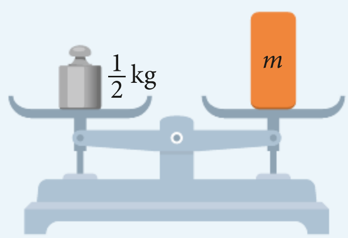
Il principio di equivalenza giustifica la **regola del trasporto**:

per spostare da un membro all'altro un termine di un'equazione, bisogna cambiarlo di segno.

La bilancia del nostro esempio rimane in equilibrio anche se vengono dimezzate la massa a destra e quella a sinistra. Quindi, per ottenere il valore di m cercato, possiamo dividere per 2 entrambi i membri dell'equazione $2m = 1$ kg:

$$\frac{\cancel{2}m}{\cancel{2}} = \frac{1\text{ kg}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad m = \frac{1}{2}\text{ kg}$$

In quest'ultimo passaggio abbiamo sfruttato il **secondo principio di equivalenza**:



si possono moltiplicare o dividere entrambi i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero o una stessa espressione diversa da zero, senza che la soluzione dell'equazione cambi.

Per risolvere un'equazione, è necessario *isolare l'incognita*, cioè far sì che l'incognita sia da sola a sinistra dell'uguale. I due principi di equivalenza servono a questo scopo.

9 Ricavare una formula inversa

[→ Es. a pag. 21]

In fisica si trovano formule come $s = vt$ o $F = ma$. Come possiamo ottenere le formule inverse per una delle grandezze al secondo membro?

Formule ricavate dalla forma generale $X = YZ$

Per ottenere le formule inverse isoliamo una delle grandezze al secondo membro (Y o Z) sfruttando il secondo principio di equivalenza e dividendo entrambi i membri per l'altra grandezza al secondo membro. Così otteniamo il valore di Y:

$$\frac{X}{Z} = \frac{Y\cancel{Z}}{\cancel{Z}} \Rightarrow \boxed{Y = \frac{X}{Z}\ (\text{con } Z \neq 0)}$$

Con lo stesso metodo, otteniamo il valore di Z:

$$\frac{X}{Y} = \frac{\cancel{Y}Z}{\cancel{Y}} \Rightarrow \boxed{Z = \frac{X}{Y}\ (\text{con } Y \neq 0)}$$

Formule ricavate dalla forma generale $X = \frac{Y}{Z}$ (con $Z \neq 0$)

Se vogliamo ricavare la grandezza al numeratore nella formula $X = Y/Z$ (nel nostro esempio, Y), basta moltiplicare i due membri della formula per la quantità che si trova al denominatore (per noi, Z). Troviamo:

$$ZX = \frac{Y}{\cancel{Z}}\cancel{Z} \Rightarrow \boxed{Y = XZ}$$

Se invece vogliamo ottenere la grandezza al denominatore (Z), conviene ottenere prima l'espressione precedente e poi utilizzare il metodo che abbiamo visto sopra, dividendo per X:

$$\frac{Y}{X} = \frac{\cancel{X}Z}{\cancel{X}} \Rightarrow \boxed{Z = \frac{Y}{X}}$$

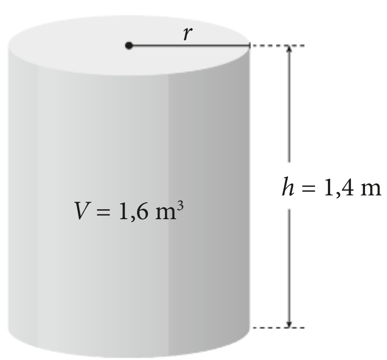
In questo caso, la regola pratica (e rapida) dice di scambiare la grandezza al primo membro con quella al denominatore, mentre il numeratore non cambia:

$$X = \frac{Y}{Z} \Rightarrow Z = \frac{Y}{X}$$

› Come si fa

La formula del volume del cilindro è $V = \pi r^2 h$.

- Qual è la formula inversa che esprime r in funzione di V e h? Quanto vale r, se V e h hanno i valori indicati nella figura?



Prima isoliamo r^2 dividendo i due membri della formula per πh, poi estraiamo la radice quadrata di entrambi i membri:

$$r^2 = \frac{V}{\pi h} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{1{,}6\ \text{m}^3}{\pi(1{,}4\ \text{m})}} = 0{,}60\ \text{m}$$

Videoripasso di matematica

10 Fare i conti con le potenze di 10

[➔ Es. a pag. 21]

La potenza con esponente 0 di un numero diverso da 0 è uguale a 1. Inoltre, la potenza con esponente 1 di qualsiasi numero è uguale al numero stesso. Perciò, quando la base della potenza è 10, scriviamo $10^0 = 1$ e $10^1 = 10$.

Per elevare 10 alla *seconda* potenza moltiplichiamo tra loro *due* termini uguali a 10; per elevare 10 alla *quarta* potenza ne moltiplichiamo *quattro*:

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

Per elevare 10 all'*esponente negativo* −4 calcoliamo il reciproco di 10^4:

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$$

Una potenza di 10 è un numero che, scritto in forma decimale, contiene tanti zeri quanti ne indica l'esponente; se l'esponente è negativo, bisogna includere nel conto anche lo zero che precede la virgola.

Indicando con n un numero intero maggiore di 0, si ha dunque:

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n\ \text{termini}} = 1\underbrace{00\ldots0}_{n\ \text{zeri}}$$

$$10^0 = 1 \qquad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}0\ldots0}_{n\ \text{zeri}}1$$

potenza di 10	numero
10^9	1 000 000 000 un miliardo
10^6	1 000 000 un milione
10^3	1000 mille
10^2	100 cento
10^1	10 dieci
10^0	1 uno
10^{-1}	0,1 un decimo
10^{-2}	0,01 un centesimo
10^{-3}	0,001 un millesimo
10^{-6}	0,000 001 un milionesimo
10^{-9}	0,000 000 001 un miliardesimo

Moltiplicazione e divisione

Per **moltiplicare** due potenze di 10 si sommano gli esponenti: $\mathbf{10^m \times 10^n = 10^{m+n}}$.

Per **dividere** due potenze di 10 si sottraggono gli esponenti: $\mathbf{\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}}$.

Per esempio:

$$10^2 \times 10^4 = 100 \times 10\,000 = 1000\,000 = 10^6 = 10^{2+4}$$

$$\frac{10^3}{10^4} = \frac{1000}{10000} = \frac{1}{10} = 10^{-1} = 10^{3-4}$$

$$10^3 \times 10^{-5} = 1000 \times \frac{1}{100000} = \frac{1}{100} = 10^{-2} = 10^{3+(-5)}$$

$$\frac{10^2}{10^{-3}} = \frac{100}{\frac{1}{1000}} = 100000 = 10^5 = 10^{2-(-3)}$$

Elevamento a potenza

Per **elevare a potenza** una potenza di 10 si moltiplicano gli esponenti: $\mathbf{(10^m)^n = 10^{mn}}$.

$$(10^4)^2 = 10^{4\times 2} = 10^8 = 100\,000\,000$$

$$(10^{-1})^3 = 10^{(-1)\times 3} = 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$

Problemi

1 Calcolare un'equivalenza

[→ Teoria a pag. 2]

1 La massa di una zanzara vale 0,010 g.

▶ Esprimila in mg e in kg.

2 Una borsa che pesa 32 g viene riempita con 1,250 kg di mele, 3,80 hg di pane e 4 merendine da 4,3 dag.

▶ Esprimi in kilogrammi la massa della borsa piena.

[1,834 kg]

3 Converti le lunghezze in metri.

a. 2,5 km = *2 500 m*
b. 800 mm = ...
c. 71 dam = ...
d. 3,4 cm = ...

4 Converti le masse in kilogrammi.

a. 650 g = ...
b. 9,23 hg = ...
c. 18,07 mg = ...
d. 45 g = ...

5 Un lottatore di sumo ha una massa di 230,5 kg. La massa del suo avversario è di 15 200 g in meno.

▶ Quanti kilogrammi pesa l'avversario?

[215,3 kg]

6 In laboratorio devi prelevare da un rubinetto 1,41 L di acqua. Hai a disposizione un cilindro da mezzo litro, un piccolo becher da 12 cL e un cucchiaio da 5 cL.

▶ Quante volte utilizzi il cilindro, il becher e il cucchiaio per ottenere il volume che devi prelevare?

7 Esprimi le misure di aree nelle unità indicate.

a. 100 cm^2 = ... m^2
b. 3,7 km^2 = ... mm^2
c. 25 dm^2 = ... hm^2
d. 8,4 dam^2 = ... cm^2

8 Esprimi le misure di volume nelle unità indicate.

a. 2 dm^3 = ... cm^3
b. 415 190 mm^3 = ... m^3
c. 7,93 hm^3 = ... dam^3
d. 1 868 L = ... m^3

9 Esprimi le misure di tempo nelle unità indicate.

a. 18,27 d = ... d .... h .... min .... s
b. 12,5 h = ... s
c. 18 h 50 min = ... s
d. 3 d 15 h 27 min 41 s = ... h .... min

10 Il 12 novembre Amelia afferma che mancano 17 280 minuti al suo compleanno.

▶ In che giorno Amelia compie gli anni?

2 Risolvere una proporzione

[→ Teoria a pag. 4]

11 Su una carta geografica con una scala 1 : 1 000 000, due località distano 5,2 cm.

▶ Quanto vale la loro distanza reale in linea d'aria?

[52 km]

12 A partire dai rapporti qui elencati, puoi costruire 4 proporzioni. Quali?

$\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{2}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{6}{12}$; $\frac{12}{24}$

13 Risolvi le proporzioni.

a. $12 : 8 = x : 2$
b. $x : 27 = 10 : 54$
c. $6{,}0 : x = 1{,}8 : 8{,}1$
d. $250 : 17 = 750 : x$
e. $35 : 5 = 70 : x$

[3; 5; 27; 51; 10]

14 Risolvi le proporzioni.

a. $x : 24 = 120 : 384$
b. $x : 72 = 18 : x$
c. $6{,}4 : x = 102{,}4 : 25{,}6$
d. $12 : 16 = x : 36$
e. $8{,}2 : x = 9{,}84 : 6$

[7,5; 36; 1,6; 27; 5]

15 Una stanza rettangolare è larga 4,0 m e lunga 5,2 m. Vuoi realizzarne una piantina in scala, in modo che la larghezza della stanza risulti 16,0 cm.

▶ Qual è lunghezza della stanza nella piantina?

[20,8 cm]

16 Un modellino di automobile in scala 1 : 60 è lungo 7,5 cm e largo 3,0 cm.

▶ Quali sono le dimensioni dell'automobile reale?

[4,5 m; 1,8 m]

17 Per preparare 800 g di marmellata di albicocche ci vogliono 1,8 kg di albicocche e 350 g di zucchero.

▶ Trova le dosi necessarie per preparare 2 kg di marmellata.

[4,5 kg, 875 g]

18 Per ottenere 5 L di olio occorrono 18 kg di olive.

▶ Quanti litri di olio si ottengono con 936 kg di olive?

[260 L]

19 Una confezione di tonno da 4 scatolette da 80 g costa 7,10€. Un'altra confezione di tonno da 3 scatolette da 120 g costa 7,60€.

▶ Quant'è la differenza tra i prezzi al kilo delle due confezioni?

[1,08 €]

3 Calcolare una percentuale

[→ Teoria a pag. 5]

20 Determina le percentuali indicate.

a. Il 15% di 280 è *42*
b. Il 24% di 225 è ....
c. Il 3,6% di 115 è ....
d. Lo 0,88% di 0,900 è ....

21 Determina le percentuale indicate.

a. Il 30% di 240 è *72*
b. Lo 0,85% di 6,8 è ....
c. L'11,5% di 14,0 è ....
d. Il 91% di 0,80 è ....

22 Trova le percentuali.

a. 34 rispetto a 50 è il *68%*
b. 0,17 rispetto a 1,2 è il ....
c. 2,9 rispetto a 7,5 è il ....
d. 13,8 rispetto a 200 è il ....

23 Una pentola di massa 1,25 kg è fatta di acciaio inossidabile, una lega costituita da ferro (85%), cromo (13%) e carbonio (2%).

▶ Qual è la massa del ferro, del cromo e del carbonio nella pentola?

[1,06 kg, 0,16 kg, 0,03 kg]

24 Javier prepara delle arepas, piatto tipico venezuelano, usando 500 g di farina di mais e 625 g di acqua.

▶ Determina in percentuale la massa di acqua in più rispetto a quella della farina. [25%]

25 Maria acquista online al prezzo di 62 € degli auricolari bluetooth, che aveva visto in negozio al costo di 79 €.

▶ Quanto ha risparmiato in percentuale rispetto al prezzo del negozio? [21,5%]

26 Una colonia batterica di 100 unità aumenta del 40% ogni ora.

▶ Quante unità avrà la colonia dopo le prime 2 ore?

[196]

27 In un mese il prezzo del gas naturale aumenta del 25% rispetto al suo valore originario di 6,534€ al metro cubo. Nel mese successivo il prezzo diminuisce del 25%.

▶ Quanto vale il prezzo finale del gas naturale?

[6,126 € al metro cubo]

28 La tabella mostra i dati del consumo interno lordo di energia (in milioni di tonnellate equivalenti di petrolio, Mtep) in Italia negli anni 2013 e 2019, ripartito in quattro categorie.

	anno 2013	anno 2019	Δ%
importazione	154,11	156,89	......
produzione	43,82	42,59	......
esportazione	24,96	29,95	......
variazione delle scorte	0,02	0,45	......

Fonte: Istituto Nazionale di Statistica (ISTAT)

▶ Completa la tabella determinando per ciascuna categoria la variazione percentuale che si è avuta nell'anno 2019 rispetto al 2013.

[+1,8%, –2,8%, +20,0%, +2150%]

29 Nella tabella sono riportate la produzione di rifiuti urbani (RU) pro capite e la raccolta differenziata (RD) pro capite in Italia nel 2020.

area geografica	popolazione	RU pro capite (kg)	RD pro capite (kg)	RD %
Nord	27 449 117	506,8	359	......
Centro	11 775 548	524,1	310	......
Sud	20 052 901	442,5	237	......
Italia	59 257 566	488,5	308	......

Fonte: Rapporto Rifiuti Urbani (ed. 2021) dell'Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale (ISPRA)

▶ Completa la tabella determinando per ciascuna area geografica la percentuale di raccolta differenziata rispetto alla produzione di rifiuti urbani.

[70,8%, 59,1%, 53,6%, 63,0%]

30 In due scuole A e B vengono selezionati 48 studenti a caso (maschi e femmine) per un'indagine statistica. Agli studenti viene chiesto di barrare un foglio con una «X» se giocano a basket.
I risultati sono riportati nella figura.

- Lucia afferma che nel campione della scuola A la percentuale di basket femminile è maggiore di quella maschile.
- Kevin afferma che la stessa cosa succede nel campione della scuola B.
- Roberta non è d'accordo con Kevin e Lucia perché sostiene che, considerando insieme le scuole A e B, succede il contrario: la percentuale di basket maschile è maggiore di quella femminile.

▶ Chi ha ragione? Chi ha torto? Motiva la tua risposta.

4 Costruire un grafico cartesiano

[→ Teoria a pag. 6]

31 Un automobilista registra in una tabella i kilometri percorsi nel corso di ogni mese. La tabella ottenuta alla fine dell'anno è riportata qui sotto.

mese	km
1	900
2	1300
3	1400
4	1400
5	1200
6	1200
7	800
8	2000
9	800
10	1300
11	1400
12	1000

- Scegli un opportuno fattore di scala sui due assi e costruisci per punti il grafico relativo alla tabella.

32 La tabella riporta la temperatura di una stanza al passare del tempo.

t (min)	T (°C)
0	18,0
5	18,2
10	18,4
15	18,5
20	18,5
25	18,3
30	18,2
35	18,3
40	18,2
45	18,1

- Traccia un grafico a partire dalla tabella.
- Descrivi a parole l'andamento del grafico.
- Disegna un altro grafico che dia la sensazione che la temperatura vari di molto

33 La tabella riporta la percentuale di superficie terrestre occupata dai ghiacci dell'emisfero Nord nel mese di dicembre, dal 1980 al 2021.

AGENDA 2030 — 13 LOTTA CONTRO IL CAMBIAMENTO CLIMATICO

anno	percentuale (%) di ghiaccio
1980	2,66
1986	2,59
1992	2,63
1998	2,50
2004	2,46
2010	2,32
2016	2,25
2021	2,38

Fonte: elaborazioni da dati del National Snow and Ice Data Center, University of Colorado, USA

- Traccia un grafico cartesiano a partire dalla tabella.

34 La tabella riporta il numero di medaglie olimpiche vinte fino al 2016 da atleti di età compresa tra 16 e 40 anni.

età dell'atleta (anni)	numero di medaglie
16	80
18	150
20	380
22	730
24	810
26	760
28	700
30	480
32	350
34	190
36	110
38	60
40	50

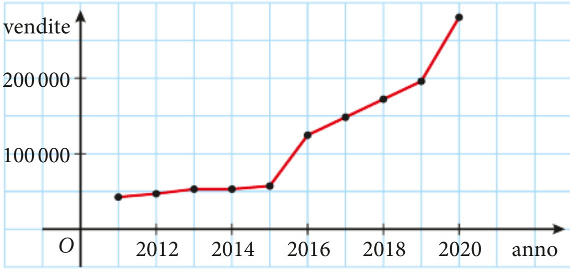
- Disegna un grafico cartesiano a partire dalla tabella.

35 In un esperimento sono stati trovati i seguenti valori della grandezza y in corrispondenza della grandezza x.

valore di x	valore di y	punto
0	0	A = origine degli assi
1	4	B
3	4	C
5	2	D

- Disegna il grafico x, y.
- Descrivi l'andamento della variabile y nei tre tratti.

36 Il grafico mostra l'andamento delle vendite in Italia sia di biciclette elettriche sia di quelle a pedalata assistita tra gli anni 2011 e 2020.

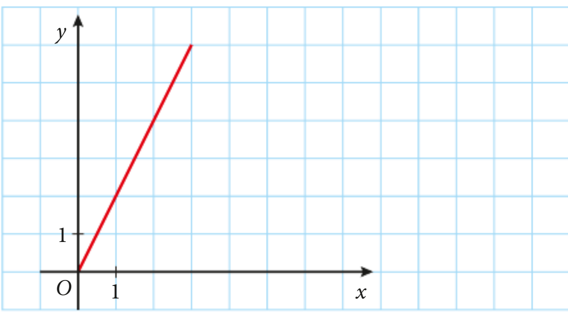


Fonte: Associazione Nazionale Ciclo Motociclo Accessori

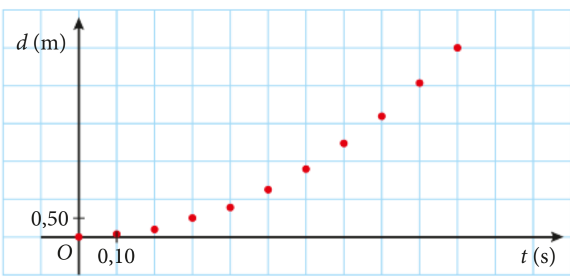
- In quale intervallo le vendite hanno avuto una crescita più rapida?
- In quale intervallo si sono mantenute circa costanti?
- In quali intervalli si è verificata una decrescita delle vendite?

37 Il grafico qui sotto rappresenta la relazione fra due grandezze x e y.

- La relazione fra le due grandezze può essere espressa con la formula $y = k\,x$, dove k è un numero assegnato.
- Determina il valore di k.



38 Il grafico nella figura è stato costruito in base ai dati sulla caduta di un oggetto all'interno di un tubo in cui era stato creato il vuoto. Con un sonar, la sperimentatrice ha registrato a intervalli regolari di tempo le distanze percorse dall'oggetto.



- Qual è l'ultimo istante in cui è stata effettuata una registrazione?
- Qual è la massima distanza misurata dal sonar?
- Compila una tabella corrispondente al grafico.

[1,00 s; 5,0 m]

5 Riconoscere una proporzionalità diretta

[➜ Teoria a pag. 8]

39 Scrivi il valore costante del rapporto fra queste coppie di grandezze.

a. Perimetro P e lato l di un quadrato: *P/l = 4*

b. Perimetro P e lato l di un triangolo equilatero:

....

c. Circonferenza C e raggio r di un cerchio:

....

d. Diagonale d e lato l di un quadrato:

....

e. Area A e quadrato r^2 del raggio di un cerchio:

....

40 La tabella riporta il volume e la massa di quantità variabili di alcol.

volume (cm^3)	massa (g)
5	4,0
10	8,0
15	12,0
20	16,0
25	20,0

- Qual è il valore costante del rapporto fra massa e volume nell'alcol?
- Qual è la formula che lega la massa m e il volume V di una quantità data di alcol?

[0,80 g/cm³]

41 La tabella riporta due grandezze x e y direttamente proporzionali.

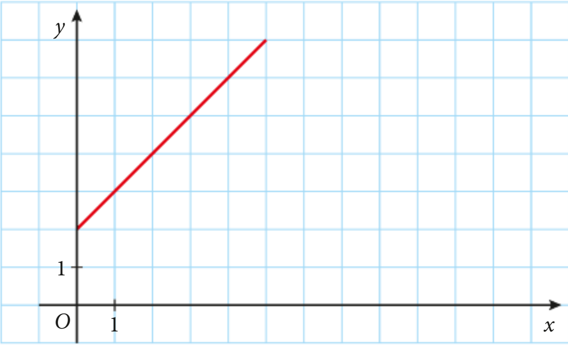
x (s)	*y* (m)
20	*72*
40	…
…	*180*
90	…
…	…

- Completa la tabella con i valori mancanti.
- Stabilisci il valore della costante di proporzionalità.
- Scrivi la formula che lega le variabili y e x.
- Costruisci un grafico di tale relazione di proporzionalità.

42 Il grafico rappresenta la lunghezza (in cm) di circonferenze in funzione del raggio (in cm).

- Di che tipo di relazione di proporzionalità si tratta?
- Scrivi l'equazione che rappresenta la retta del grafico.
- Se sull'asse delle ascisse fosse stato riportato il diametro anziché il raggio, mantenendo la stessa scala, come sarebbe cambiato il grafico? [$l_c = 6{,}28r$]

43 Il grafico rappresenta la relazione di dipendenza lineare fra le grandezze x e y.



- Determina la formula che esprime tale relazione nella forma $y = mx + q$.
- Cosa accade alla relazione fra x e y se si pone $q = 0$?
- Come si trasforma il grafico in questo caso?

6 Riconoscere una proporzionalità inversa

[→ Teoria a pag. 10]

44 Considera i triangoli di base b e altezza h.
- Scrivi l'equazione che rappresenta l'area dei triangoli in funzione della base b e dell'altezza h.
- Costruisci il grafico che ha in ordinata b e in ascissa h per i triangoli di area pari a 25 cm^2. Assegna a h valori compresi tra 1 cm e 30 cm.

45 Il prodotto di due lunghezze x e y inversamente proporzionali ha il valore costante di 60 m^2.
- Qual è il valore di y se x è pari a 5,0 m?
- Assegna a x una serie di valori, calcola i corrispondenti valori di y e traccia il grafico.

[12 m]

46 Con uno stesso volume di liquido, pari a 50 cm^3, riempi alcuni recipienti cilindrici di diametro variabile. Il liquido raggiunge in ogni caso un'altezza diversa.
- Completa la tabella relativa all'esempio descritto

area di base A (cm^2)	altezza raggiunta dal liquido h (cm)
10	*5,0*
20	…
30	…
40	…
50	…

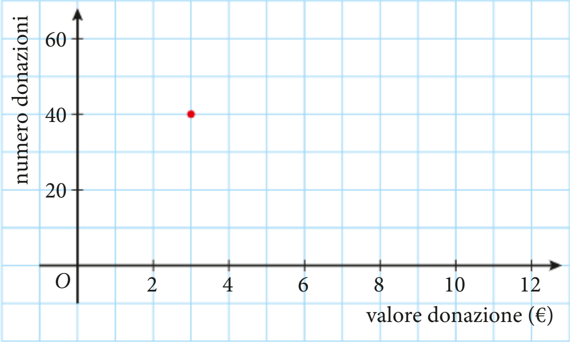
- Qual è la formula che esprime la relazione fra A e h?

47 Il grafico illustra la relazione fra la base b e l'altezza h di una serie di rettangoli aventi tutti la stessa area.

- Qual è il valore comune dell'area dei rettangoli?
- Qual è la formula che esprime la relazione fra b e h?

[8 cm^2]

48 Un'associazione ha organizzato una raccolta fondi per finanziare un progetto. Hai la possibilità di donare 2 €, 3 €, 4 €, 5 €, 6 € o 10 € tramite il loro sito. Il grafico qui sotto riporta in ascisse i valori possibili della donazione e in ordinate il corrispondente numero di donazioni che sarebbe necessario fare per raggiungere la cifra desiderata.



- Qual è la cifra che l'associazione desidera ottenere?
- Completa il grafico individuando il numero di donazioni necessarie in corrispondenza degli altri valori di donazione possibili, in modo da raggiungere la cifra desiderata. [120 €]

7 Riconoscere una proporzionalità quadratica

[→ Teoria a pag. 11]

49 Dopo aver scritto l'equazione che fornisce l'area A di un cubo di lato l, calcola A per i seguenti valori di l:

a. $l = 10$ dm → $A = 6 \times l^2 = 6 \times (10\ dm)^2 = 600\ dm^2$

b. $l = 15$ cm → ....

c. $l = 32$ mm → ....

d. $l = 0{,}021$ km → ....

50 L'area A di una sfera è legata al suo raggio r dalla relazione $A = 4\pi r^2$.

- Calcola l'area per valori di r compresi tra 1 cm e 30 cm (scegline una decina a tuo piacimento) e raccogli in una tabella i valori di r e le aree corrispondenti.
- Costruisci un grafico con tali valori: che tipo di grafico hai ottenuto?

51 In un cilindro di altezza $h = 1{,}00$ m, il volume V aumenta rapidamente all'aumentare del raggio r.

- Assegna al raggio una serie di valori compresi fra 0,10 m e 1,00 m, determina il corrispondente valore del volume e traccia il grafico in base alla tabella ottenuta.

52 I valori riportati nella tabella rappresentano due variabili legate da una relazione di proporzionalità.

- Che tipo di relazione c'è tra x e y?
- Scrivi l'equazione che rappresenta tale relazione.

x	y
0	0
1	4
2	16
3	36
4	64
5	100

53 Un oggetto scivola senza attrito lungo una discesa e a intervalli di un secondo vengono scattate delle foto per registrare la sua posizione. La tabella riporta i dati.

tempo t (s)	tempo al quadrato t^2 (s^2)	posizione s (m)
1	1	0,75
2	4	3,00
3	9	6,75
4	16	12,00

- Stabilisci che relazione di proporzionalità sussiste fra la posizione dell'oggetto lungo la discesa e il tempo.
- Scrivi l'equazione che rappresenta tale relazione.

8 Risolvere un'equazione

[→ Teoria a pag. 12]

54 In queste equazioni, isola l'incognita e specifica quale principio hai usato.

a. $x + 7 = 8$ → $x = 8 - 7$ *Primo principio*

b. $4x = 35$ ....

c. $27 - x = 30$ ....

d. $5x - 9 = 31$ ....

55 Risolvi le equazioni.

a. $30x + 12 = 72$

b. $-4x + 24 = 8$

c. $9 = 27x$

d. $141 + 11x = 20$

56 Risolvi le equazioni.

a. $-3x + 7 = -6x - 2$

b. $12 + 2x = 10x + 4$

c. $5x - 9 + 2x = 5$

d. $8x + 13 - 23x = 16$

57 Trasforma queste frasi in equazioni e risolvile.

a. Quale numero moltiplicato per 3 dà come risultato 126?

b. Quale numero diminuito di 3 dà come risultato −7?

c. Quale numero diviso per 112 dà come risultato 1?

d. Quale numero moltiplicato per 5 e sommato a 12 dà come risultato 27?

[42; −4; 112, 3]

58 Ricava x dalle equazioni.

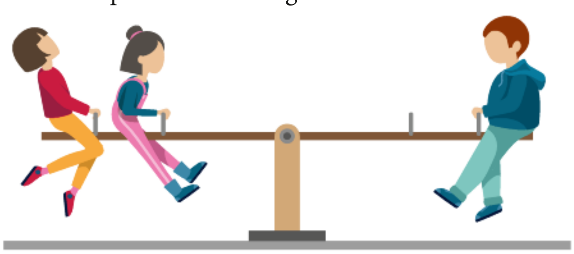
a. $F = -kx$

b. $\frac{2x}{g} = t^2$

c. $\frac{x - a}{v} = t$

d. $\frac{V}{x} = \pi r^2$

59 Alessia e Federica insieme riescono a equilibrare sull'altalena la massa di Roberto. La massa di Alessia è 10 kg in più di quella di Federica e i tre ragazzi hanno una massa complessiva di 120 kg.



- Trasforma queste informazioni in equazione e calcola la massa dei tre ragazzi.

[35 kg, 25 kg, 60 kg]

9 Ricavare una formula inversa

[→ Teoria a pag. 13]

60 Considera la formula $F = ks$.

▸ Ricava le formule inverse che forniscono le espressioni per k e per s.

61 Considera la formula $F_P = mg$.

▸ Ricava le formule inverse che forniscono le espressioni per g e per m.

62 Considera la formula $p = \frac{F}{A}$.

▸ Ricava le formule inverse che forniscono le espressioni per F e per A.

63 Considera la formula $R = \frac{V}{i}$ con $i \neq 0$.

▸ Ricava le formule inverse che forniscono le espressioni per V e per i.

64 Considera la formula $K = \frac{1}{2}mv^2$, con v positivo.

▸ Ricava:

a. la formula inversa che fornisce l'espressione per m;
b. la formula inversa che permette di calcolare il valore di v^2;
c. da quest'ultima scrivi la formula inversa che fornisce v.

65 Considera la formula $a_c = \frac{v^2}{r}$, con v positivo e $r \neq 0$.

▸ Ricava:

a. la formula inversa che fornisce l'espressione per r;
b. la formula inversa che permette di calcolare il valore di v^2;
c. da quest'ultima scrivi la formula inversa che fornisce v.

10 Fare i conti con le potenze di 10

[→ Teoria a pag. 14]

66 Determina il risultato delle operazioni.

a. $10^4 \times 10^{12} =$ *10^{16}*
b. $10^{11} \times 10^{-8} =$ ....
c. $10^{-7} \times 10^4 =$ ....
d. $10^{-18} \times 10^{-7} =$ ....
e. $10^{-1} \times 10^{-2} =$ *10^{-3}*
f. $10^{-6} \times 10^6 =$ ....
g. $10^{-8} \times 10^{15} =$ ....
h. $10^8 \times 10 =$ ....

67 Determina il risultato delle operazioni.

a. $10^6 : 10^9 =$ ....
b. $10^{-5} \times 10^{-11} =$ ....
c. $10^{-4} \times 10^3 =$ ....
d. $10^2 \times 10^{-6} =$ ....
e. $10^7 \times 10^5 =$ ....
f. $10^3 \times 10^{-3} =$ ....
g. $10^5 \times 10^{-4} =$ ....
h. $10^2 \times 10^8 =$ ....

68 Determina il risultato delle operazioni.

a. $(10^7)^2 =$ ....
b. $(10^{-5})^{-4} =$ ....
c. $(10^8)^3 =$ ....
d. $(10^{-2})^5 =$ ....
e. $(10^6)^{-8} =$ ....
f. $(10^{-9})^5 =$ ....
g. $(10^3)^{-4} =$ ....
h. $(10^4)^2 =$ ....

69 Determina il risultato delle operazioni.

a. $\frac{10^3 \times 10^2}{10^4} =$ ....
b. $(10^2)^3 \times 10^{-5} =$ ....
c. $(10^{-3} : 10^0) \times 10^7 =$ ....
d. $\frac{10^9 \times (10^3)^{-2}}{10^5} =$ ....

70 Inserisci le potenze di 10 mancanti nelle uguaglianze.

a. $\frac{10^8}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = 10^6$
b. $10^3 \times$ .... $= 10^{15}$
c. (....................)$^2 = 10^{18}$
d. .... $\times 10^5 = 10$
e. $10^5 \times$ .... $= 10$
f. $\frac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{10^{-1}} = 10^6$
g. $10^3 \times$ .... $\times 10 = 10^{-2}$
h. $\frac{(\ldots\ldots\ldots\ldots)^3}{10^{-1}} = 10^7$

71 Determina il risultato delle operazioni.

a. $\frac{10^{12} \times 10^{-2}}{10^4 \times 10} =$ ....
b. $\frac{1}{10^{-5} \times 10^{-7}} =$ ....
c. $(10^{-3} \times 10^0) : 10^{-7} =$ ....
d. $\frac{10^6 \times (10^4)^{-2}}{10^5 \times 10 \times 10^{-11}} =$ ....

72 In un bosco ci sono 10 000 alberi. Ogni albero ha 100 rami. Ogni ramo ha 1000 foglie.

▸ Quante foglie ci sono nel bosco?

[10^9]