FAQ

Esiste un quadrante in cui tutte le funzioni sono positive?

Sì, il primo (0°-90°).

nusa OB entrambi di 45°), dunque i suoi *cateti* OC e CB, che rappresentano rispettivamente le funzioni *seno* e *coseno*), sono uguali ($CB = OC$).

Lo stesso triangolo, poi, è la **metà** del quadrato $OHBC$, la cui **diagonale** $d = OB$ è uguale a 1 (raggio del cerchio goniometrico); dato che per il lato l di un quadrato è $l = d/\sqrt{2}$, ricordando la prima relazione (6) che lega la funzione *tangente* con le funzioni *seno* e *coseno*, ne consegue che:

$$\operatorname{sen} 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \operatorname{tg} 45° = \frac{\operatorname{sen} 45°}{\cos 45°} = 1$$

Ricordando la seconda (o la terza) delle relazioni (6) si ha anche che cotg 45° = 1.

Angolo di 30° (33ᶜ,3; π/6)

Con riferimento al cerchio goniometrico di ▶FIGURA 10b, possiamo osservare che l'angolo $\alpha = 30°$ individua il triangolo rettangolo OBC, che è la **metà** del triangolo **equilatero** OBB' con lato $OB = OB' = BB' = 1$. In questo ambito il cateto CB (che rappresenta la funzione seno) è la metà di BB', dunque 1/2, mentre il cateto OC (che rappresenta la funzione *coseno*) può essere ricavato applicando al triangolo retto OBC il teorema di Pitagora. Ne consegue che:

$$\operatorname{sen} 30° = \frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad \cos 30° = \sqrt{1 - \frac{1}{2^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \operatorname{tg} 30° = \frac{\operatorname{sen} 30°}{\cos 30°} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Ricordando ancora la seconda delle (6) sarà cotg 30° = $\sqrt{3}$.

Angolo di 60° (66ᶜ,6; π/3)

Anche in questo caso (▶FIGURA 10c), rileviamo che l'angolo $\alpha = 60°$ definisce il triangolo rettangolo OBC, che è la **metà** del triangolo **equilatero** OBA con lato $OA = OB = AB = 1$, tuttavia con i **cateti invertiti** rispetto al caso precedente ($\alpha = 30°$). Ne deriva che il cateto OC (funzione *coseno*) è la metà di OA, dunque 1/2, mentre il cateto CB (funzione *seno*) può essere ricavato con il teorema di Pitagora. Si ottiene:

$$\operatorname{sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos 60° = \frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad \operatorname{tg} 60° = \frac{\operatorname{sen} 60°}{\cos 60°} = \sqrt{3}$$

Dalla seconda delle (6) è poi cotg 60° = $1/\sqrt{3}$.

Possiamo poi sintetizzare quanto sopra esposto con la ▶TABELLA 5. Dalle precedenti, infine, osserviamo che gli angoli 30° e 60°, oltre a essere **complementari**, si **scambiano** il valore delle relative funzioni *seno* e *coseno* (oltre a quello delle funzioni *tangente* e *cotangente*). Tale proprietà, peraltro, è generalizzabile tramite il seguente enunciato:

per tutte le coppie di angoli α e β **complementari** ($\alpha + \beta = 90°$, dunque con $\alpha = 90° - \beta$ oppure $\beta = 90° - \alpha$), il valore della funzione **seno** del primo angolo è uguale al valore della funzione **coseno** del secondo angolo:

$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta = \cos (90° - \alpha)$$
$$\cos \alpha = \operatorname{sen} \beta = \operatorname{sen} (90° - \alpha)$$

FAQ

Esiste un quadrante in cui tutte le funzioni sono negative?

No, in nessun quadrante si verifica la simultanea negatività di tutte le funzioni goniometriche.