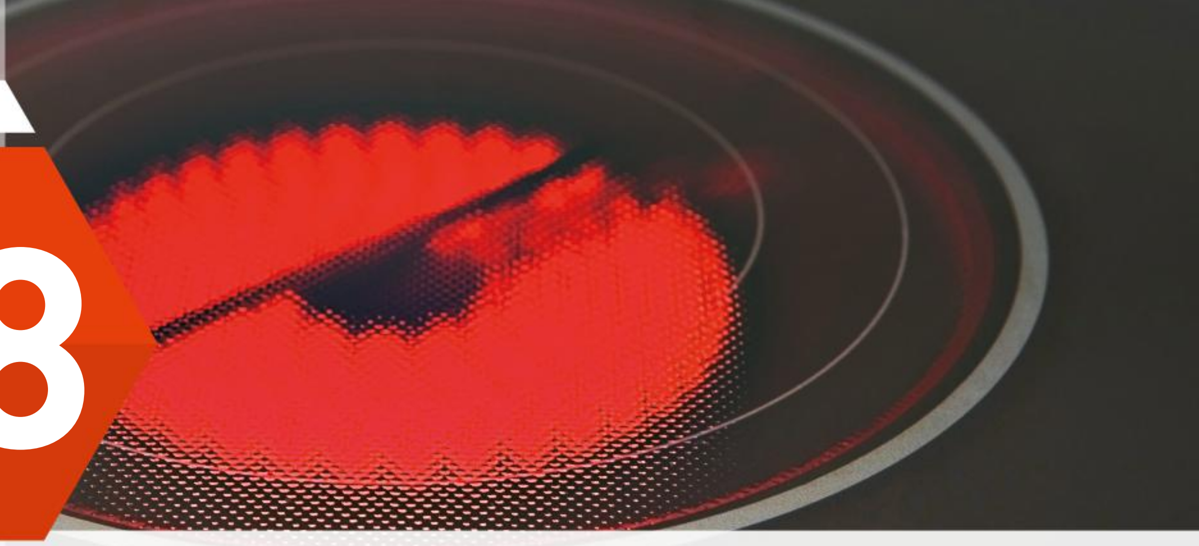
CAPITOLO

38



In Italia, i fornelli a gas sono il metodo di cottura più diffuso. Nel nostro Paese infatti è presente una rete capillare di distribuzione del gas naturale e l'energia elettrica ha un costo molto più elevato rispetto al resto d'Europa.

Qual è il metodo di cottura attualmente disponibile sul mercato con la massima efficienza energetica?

Leggi la risposta nell'eBook

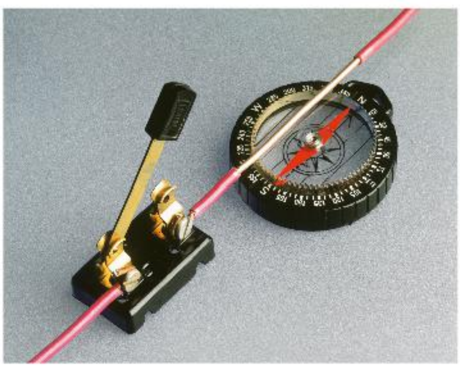
Evikka/Shutterstock

L'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

1 LA CORRENTE INDOTTA

La connessione tra fenomeni elettrici e fenomeni magnetici è una strada a doppio senso.

■ Già sappiamo che *una corrente elettrica genera un campo magnetico*: lo aveva dimostrato Hans Christian Oersted nel 1820, osservando che, vicino a un filo percorso da corrente, un ago magnetico risente di un'azione meccanica.



© 1990 Richard Megna - Fundamental Photographs, NYC

■ Nel 1831 Michael Faraday scoprì, inversamente, che *un campo magnetico può generare una corrente elettrica*. Uno dei suoi esperimenti mostra infatti che, mentre si infila una calamita in un solenoide, in esso passa corrente.

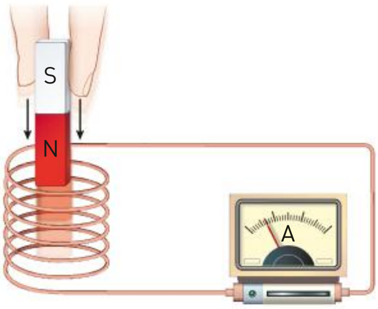
© 1990 Richard Megna - Fundamental Photographs, NYC

La corrente elettrica è rilevata da un amperometro collegato ai due capi del solenoide e non è prodotta da alcun generatore, visto che il circuito ne è privo.

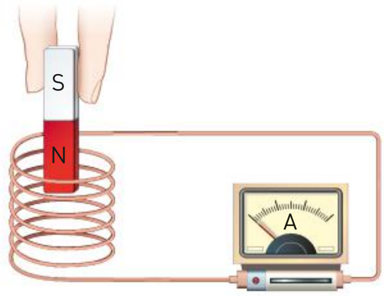
Un campo magnetico che varia genera corrente

Per mettere in circolazione la corrente nel solenoide non basta la vicinanza della calamita, ma occorre che la calamita sia in movimento rispetto al solenoide. Infatti:

- l'amperometro segna il passaggio di corrente mentre la calamita viene inserita nel solenoide o estratta da esso;



- invece, se la calamita e il solenoide sono reciprocamente fermi, l'indice dell'amperometro rimane sul valore zero.



All'interno del solenoide, il modulo del campo magnetico aumenta mentre la calamita viene avvicinata, diminuisce mentre la calamita viene allontanata: queste *variazioni* di campo magnetico generano la corrente.

La corrente elettrica che percorre un circuito per effetto di un campo magnetico che varia si chiama **corrente indotta**; il fenomeno secondo cui si crea tale corrente è detto **induzione elettromagnetica**.

Nei suoi esperimenti sull'induzione elettromagnetica, Faraday fece variare il campo magnetico all'interno di un solenoide anche in un altro modo, usando un apparato simile a quello schematizzato nella **FIGURA 1**.

La figura mostra un circuito (a sinistra), costituito da una batteria, un solenoide, una resistenza variabile e un amperometro collegati in serie. A fianco è posto un altro circuito (a destra), privo di batteria e formato solamente da un solenoide e un amperometro. Il primo e il secondo circuito sono detti, rispettivamente, *circuito induttore* e *circuito indotto*.

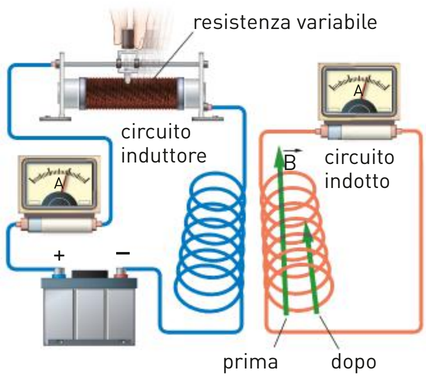


FIGURA 1
Mentre la corrente nel circuito induttore (in blu) varia, anche l'amperometro del circuito indotto (in rosso) segna un passaggio di corrente.

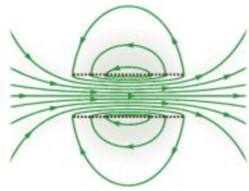
La corrente presente nel solenoide del circuito induttore genera un campo magnetico in tutto lo spazio circostante, e quindi anche nella regione racchiusa dal solenoide del circuito indotto.

- Prima, quando la resistenza variabile del circuito induttore è piccola, in esso scorre una corrente intensa, che in proporzione genera un campo magnetico intenso all'interno del solenoide del circuito indotto.
- Dopo, quando la resistenza diventa maggiore, la corrente nel circuito induttore diminuisce e anche il modulo del campo magnetico all'interno del solenoide del circuito indotto diminuisce.

La variazione della corrente nel primo circuito fa dunque variare il campo magnetico in cui è immerso il secondo; di conseguenza genera nel secondo una corrente indotta. Se

RICORDA

Un solenoide ideale, di lunghezza infinita, genera un campo magnetico solo al proprio interno. Un solenoide reale, invece, genera un campo magnetico sia all'interno che all'esterno.



Le linee del campo di un solenoide reale sono più fitte nella regione racchiusa dalle spire, dove il campo è più intenso, ma si estendono anche fuori.

però la corrente nel primo circuito resta costante, il campo magnetico non varia e nel secondo circuito non passa alcuna corrente. In conclusione,

> in un circuito si genera una corrente indotta ogni volta che il campo magnetico in cui esso è immerso varia.

ANIMAZIONE
Intensità del campo magnetico indotto

L'induzione elettromagnetica è sfruttata, per esempio, per costruire il contagiri delle automobili. Questo dispositivo comprende un magnete fissato all'albero motore e una spira conduttrice collegata a un microprocessore (FIGURA 2).

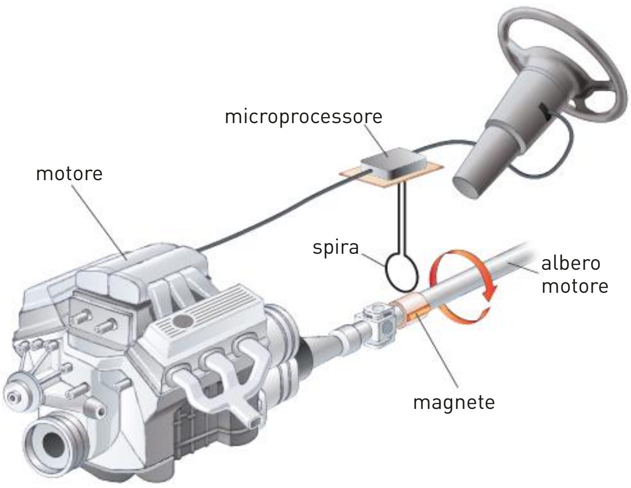


FIGURA 2 ▶ Lo schema di funzionamento del contagiri di un'automobile.

Mentre l'albero motore ruota su se stesso, il magnete si allontana e si avvicina alla spira. Così, nella spira si genera un segnale elettrico, in base al quale il microprocessore conta i giri del motore in un tempo fissato. Tenendo conto della marcia innestata e della circonferenza delle ruote, il sistema calcola poi la velocità dell'automobile. Il **contagiri per bicicletta** funziona in modo simile, con un magnete sulla ruota e un sensore fissato alla forcella.

Il ruolo del flusso del campo magnetico

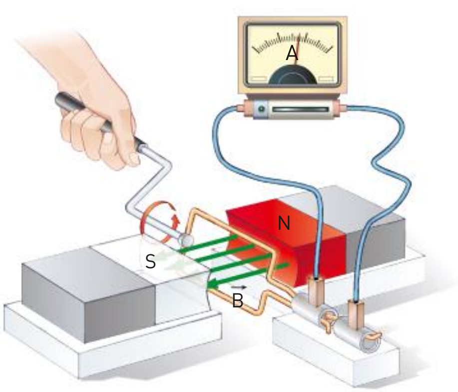


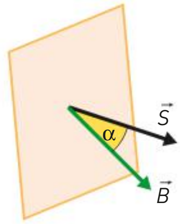
FIGURA 3 ▶ Cambiando l'orientazione della spira rispetto alle linee del campo magnetico, si genera una corrente indotta anche se il campo è costante.

Si genera una corrente indotta anche nel caso illustrato dalla FIGURA 3, cioè quando il circuito è immerso in un campo magnetico costante nel tempo, ma l'orientazione della *superficie delimitata dal circuito* varia rispetto alle linee di campo.

Da questo esempio deduciamo che, per produrre una corrente indotta in un circuito, non è necessario avere un campo magnetico che varia nel tempo: è sufficiente che vari nel tempo il flusso $\Phi(\vec{B})$ del campo attraverso la superficie del circuito.

Come sappiamo, nel caso semplice di un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme e di una superficie piana di area S (FIGURA 4), il flusso è espresso dalla formula

$$\Phi(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha,$$



◀ FIGURA 4
Il flusso di un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ attraverso una superficie piana, rappresentata dal vettore $\vec{S}$, è il prodotto scalare tra $\vec{B}$ e $\vec{S}$.

dove $\vec{S}$ è il vettore superficie (con modulo uguale all'area S della superficie considerata, direzione perpendicolare alla superficie e verso scelto ad arbitrio) e α è l'angolo tra i vettori $\vec{B}$ e $\vec{S}$.

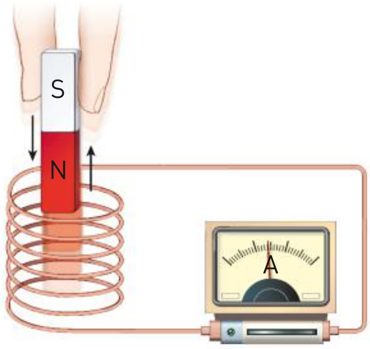
Per modificare $\Phi(\vec{B})$ possiamo variare il campo magnetico $\vec{B}$, oppure cambiare l' area S della superficie, o infine, come nell'esempio della spira che ruota, variare l'orientazione della superficie rispetto alle linee di campo (cioè cambiare α).

In tutti e tre i casi, se la superficie considerata è quella delimitata da un circuito elettrico, gli esperimenti mostrano che in esso si produce una corrente indotta. Quindi,

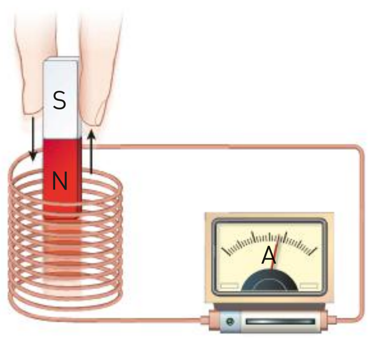
> affinché in un circuito si generi una corrente indotta, deve variare nel tempo *il flusso del campo magnetico* attraverso la superficie che ha per contorno il circuito.

Consideriamo di nuovo l'esperimento della calamita che si muove in un solenoide.

■ Poiché in un intervallo di tempo Δt il campo magnetico varia, cambia anche il flusso $\Phi(\vec{B})$ attraverso la superficie che si appoggia al solenoide. La variazione di $\Phi(\vec{B})$ genera la corrente indotta che viene rilevata dall'amperometro.



■ Se aumentiamo le spire del solenoide, la superficie attraversata dal campo magnetico (unione delle superfici delle singole spire) è più estesa. Perciò, a parità di variazione del campo, la variazione di $\Phi(\vec{B})$ in Δt è maggiore.



Nel secondo caso l'amperometro misura un'intensità di corrente maggiore. In definitiva,

> l'*intensità* della corrente indotta in un circuito dipende da quanto varia, in un certo intervallo di tempo, il flusso del campo magnetico attraverso la superficie delimitata dal circuito, cioè dalla *rapidità di variazione* del flusso.

La corrente è tanto più intensa quanto più è rapida la variazione del flusso.

RICORDA

Il flusso $\Phi(\vec{B})$ del campo magnetico attraverso una superficie qualsiasi è dato dalla sommatoria

$$\Phi(\vec{B}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{S}_i .$$

Per calcolare $\Phi(\vec{B})$:

- si sceglie ad arbitrio la faccia positiva della superficie;
- si suddivide la superficie in n piccole parti, tali che, per ogni i (i = 1, 2, ..., n), l'i-esima di esse sia praticamente piana e abbia in sostanza lo stesso campo magnetico $\vec{B}_i$ in tutti i suoi punti;
- si rappresenta ogni parte con un vettore superficie $\Delta\vec{S}_i$, che ha modulo uguale all'area di quella parte, è perpendicolare a essa e ha verso uscente dalla faccia positiva prescelta.
- Il termine generico della sommatoria è il prodotto scalare tra i vettori $\vec{B}_i$ e $\Delta\vec{S}_i$.

L'interruttore differenziale

L'induzione elettromagnetica spiega come funziona l'interruttore differenziale, cioè il «salvavita», che ci protegge dal pericolo di folgorazione quando un apparecchio elettrico ha una perdita di corrente.

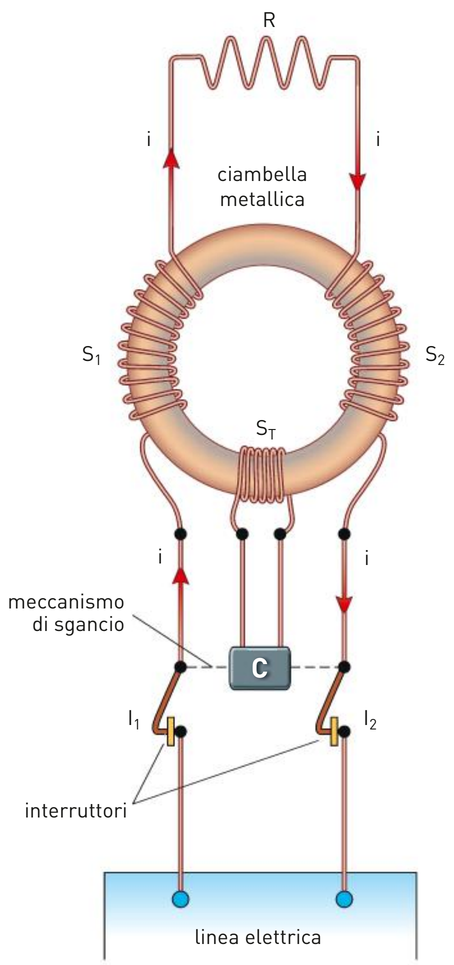


FIGURA 5 ▶ Uno schema semplificato del salvavita.

La FIGURA 5 mostra uno schema di questo dispositivo; in esso la resistenza R rappresenta i vari utilizzatori dell'impianto elettrico di un'abitazione (elettrodomestici, lampadine ecc.).

I solenoidi S_1 e S_2 sono formati con i fili in cui passa tutta la corrente dell'impianto e hanno lo stesso numero di spire, avvolte in versi opposti. Il solenoide di test S_T è collegato a una centralina di controllo C, che comanda gli interruttori I_1 e I_2. Se serve, l'apertura di tali interruttori avviene in qualche millesimo di secondo e toglie corrente all'intero circuito.

In condizioni normali i due solenoidi S_1 e S_2 sono percorsi da correnti uguali e, visto che sono avvolti in versi opposti, producono campi magnetici di versi contrari. Nella zona in cui si trova il solenoide S_T, il flusso totale di questi campi è nullo.

Se, però, in una parte dell'impianto si ha una dispersione di corrente (per esempio se un elettrodomestico «dà la scossa») la corrente che esce dall'impianto passando per S_2 diviene meno intensa di quella che entra passando per S_1.

Allora il flusso del campo magnetico attraverso S_T, che prima era nullo, diventa diverso da zero e in S_T si crea una corrente indotta. Questa corrente è il segnale che aziona la centralina C facendo aprire gli interruttori.

AL VOLO

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA E MOVIMENTO

In una spira che ruota in un campo magnetico uniforme e costante, se il vettore superficie cambia inclinazione rispetto al campo, si genera una corrente indotta.

- Se la spira trasla rigidamente attraverso lo stesso campo uniforme e costante, si ha ugualmente induzione elettromagnetica? Perché?
- E se la spira trasla rigidamente attraverso un campo magnetico costante nel tempo, ma non uniforme nello spazio?

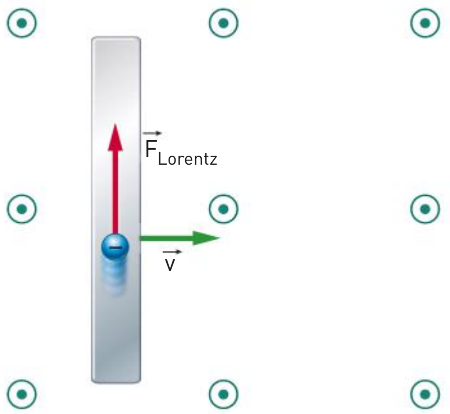
2 LA LEGGE DI FARADAY-NEUMANN

Analizziamo ora, in un caso particolare, il meccanismo di generazione di una corrente indotta.

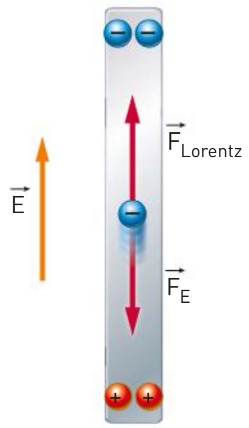
Dapprima consideriamo una sbarra metallica in movimento con velocità costante $\vec{v}$ in un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme nello spazio e costante nel tempo. Per fissare le idee, la prima delle figure seguenti mostra una sbarra che si muove verso destra, in direzione perpendicolare alla propria lunghezza, e che è immersa in un campo magnetico perpendicolare alla sbarra con verso uscente dalla pagina.

ANIMAZIONE
Moto di una sbarra metallica in un campo magnetico

■ Gli elettroni di conduzione della sbarra, in aggiunta ai loro moti casuali, si spostano tutti assieme verso destra con la stessa velocità $\vec{v}$ della sbarra; quindi risentono di una forza di Lorentz $\vec{F}_{Lorentz} = e\vec{v} \times \vec{B}$ che li spinge verso l'alto. Questi elettroni si accumulano all'estremità superiore della sbarra, che diventa elettricamente negativa mentre l'estremità inferiore diventa positiva.



■ Man mano che le cariche di diverso segno si separano tra le due estremità, all'interno della sbarra si crea un campo elettrico $\vec{E}$ orientato verso l'alto, di intensità crescente. Gli elettroni subiscono allora la forza elettrica $\vec{F}_E = -e\vec{E}$ verso il basso, che contrasta $\vec{F}_{Lorentz}$. Quando il modulo di $\vec{F}_E$ giunge a uguagliare quello $\vec{F}_{Lorentz}$, le due forze si compensano.



Il sistema giunge così a uno stato di equilibrio, in cui la separazione delle cariche si interrompe. Da allora in poi le cariche elettriche presenti alle estremità della sbarra, uguali in modulo e opposte in segno, si mantengono costanti. Ugualmente, resta costante la differenza di potenziale elettrico che si è stabilita tra le due estremità.

ESPERIMENTO VIRTUALE

Forze elettromotrici indotte

Che cosa cambia se la sbarra si muove a contatto con un filo conduttore a forma di U, come quello della FIGURA 6, fermo nel campo magnetico?

Gli elettroni che si spostano verso l'alto attraverso la sbarra non si accumulano più all'estremità superiore della sbarra, ma si muovono ininterrottamente lungo il filo, cioè danno origine a una corrente elettrica continua. Dunque,

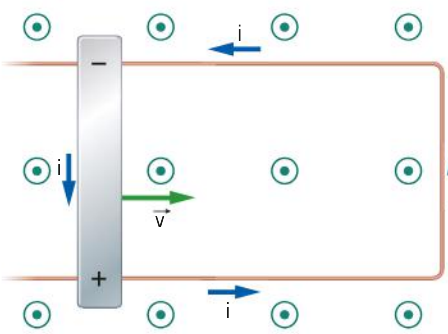


FIGURA 6
Se la sbarra che si muove attraverso il campo magnetico è collegata a un circuito, in esso si genera una corrente indotta. Il verso convenzionale della corrente è opposto a quello in cui scorrono gli elettroni.

> una sbarra conduttrice in moto in un campo magnetico si comporta come un generatore di forza elettromotrice.

La corrente che questo particolare generatore fa scorrere nel circuito è una corrente indotta. La figura mostra che tale corrente, come nei casi esaminati nel paragrafo precedente, è legata a una variazione del flusso $\Phi(\vec{B})$ del campo magnetico.

Infatti, poiché la sbarra si avvicina al lato opposto del circuito, la superficie del circuito si restringe e attraverso di essa il flusso $\Phi(\vec{B})$ diminuisce continuamente.

AL VOLO

UNITÀ DI MISURA

- Dimostra che il rapporto $\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$ tra la variazione del flusso di campo magnetico attraverso una superficie e l'intervallo di tempo può essere espressa in volt, cioè che

$$1\ \text{V} = 1\ \frac{\text{Wb}}{\text{s}}.$$

L'espressione della legge di Faraday-Neumann

Se R è la resistenza complessiva di un circuito in cui scorre una corrente indotta di intensità i, si definisce la **forza elettromotrice indotta** f_{em} tramite la relazione

$$f_{em} = R\,i. \qquad [1]$$

La **legge di Faraday-Neumann**, che prende il nome da Michael Faraday e dal fisico tedesco Franz Ernst Neumann (1798-1895), mette in relazione f_{em} con la rapidità con cui varia il flusso $\Phi(\vec{B})$ del campo magnetico attraverso la superficie delimitata dal circuito. Questa legge è espressa dall'equazione

forza elettromotrice indotta (V)

variazione del flusso di campo magnetico (Wb)

$$f_{em} = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \qquad [2]$$

intervallo di tempo (s)

Nella [2], $\Delta\Phi(\vec{B})$ è la variazione di flusso che avviene nell'intervallo di tempo Δt e quindi il rapporto $\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$ è la rapidità di variazione del flusso $\Phi(\vec{B})$.

Confrontando la [1] e la [2] si ricava la corrente indotta:

$$i = \frac{f_{em}}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}. \qquad [3]$$

La legge di Faraday-Neumann descrive l'induzione elettromagnetica in modo generale; in particolare, prevede tutti i fenomeni descritti nel paragrafo precedente. Infatti, secondo le equazioni [2] e [3] si ha una forza elettromotrice indotta f_{em} ogni volta che il flusso del campo magnetico attraverso la superficie del circuito varia e, se il circuito è chiuso, in tal caso si crea una corrente indotta i. Inoltre, la [2] e la [3] forniscono il legame quantitativo delle due grandezze f_{em} e i con la rapidità di variazione del flusso.

Vladimir Koletic/Shutterstock

L'induzione elettromagnetica è sfruttata nel **pick-up della chitarra elettrica**. Come mostra la FIGURA 7, questo dispositivo è composto da un magnete permanente attorno al quale è avvolta una bobina.

Le corde della chitarra sono costruite con un metallo ferromagnetico e ognuna di esse, nella parte vicina al magnete del pick-up, si magnetizza. Così, mentre la corda oscilla, il flusso del campo magnetico attraverso la superficie contornata dalla bobina varia.

La variazione di flusso genera nella bobina una corrente indotta, il cui andamento nel tempo riproduce il movimento della corda: questo segnale elettrico viene inviato all'amplificatore e poi convertito in suono da un altoparlante.

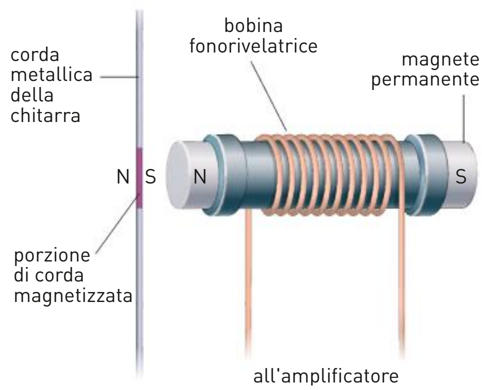


FIGURA 7 ▶ Lo schema di funzionamento del pick-up di una chitarra elettrica.

Dimostrazione della legge

La formula [2] si dimostra in modo elementare nel caso particolare descritto nella FIGURA 6, in cui una sbarra metallica di lunghezza l muove con velocità costante $\vec{v}$, restando a contatto con un filo fermo, sagomato a forma di U.

Calcolo della variazione di flusso

- Il campo magnetico $\vec{B}$ è perpendicolare alla superficie delimitata dal circuito (FIGURA 8). Indica con A l'area di tale superficie, in cui fissi come faccia positiva quella da cui escono le linee di $\vec{B}$. Con queste scelte, il flusso di campo magnetico che attraversa la superficie del circuito è
$$\Phi(\vec{B}) = B\,A.$$
- In un dato intervallo di tempo Δt, mentre la sbarra si muove verso destra come nella FIGURA 8, l'area A si restringe, cioè subisce una variazione ΔA negativa. In valore assoluto, ΔA è uguale all'area spazzata in Δt dalla sbarra di lunghezza l, cioè:
$$|\Delta A| = l\,v\,\Delta t.$$
- Quindi, la variazione dell'area è
$$\Delta A = -|\Delta A| = -l\,v\,\Delta t$$
e, visto che il campo $\vec{B}$ non cambia né nello spazio, né al trascorrere del tempo, la variazione di $\Phi(\vec{B})$ è il prodotto tra il modulo di $\vec{B}$ e ΔA:
$$\Delta\Phi(\vec{B}) = B\,\Delta A = -B\,l\,v\,\Delta t.$$
- Ora puoi calcolare il secondo membro dell'equazione [2]:
$$-\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = -\frac{-Blv\Delta t}{\Delta t} = Blv. \qquad [4]$$

Calcolo della forza elettromotrice

- Il circuito è costituito solo da resistori (la sbarra e i fili di metallo) ed è percorso da una corrente indotta di intensità i, generata dalla forza elettromotrice indotta f_{em}; pertanto, la potenza P in esso dissipata per effetto Joule è
$$P = f_{em}\,i. \qquad [5]$$
- La sbarra, che si muove verso destra, è percorsa dalla corrente indotta dall'alto verso il basso (in verso opposto a quello del moto degli elettroni di conduzione al suo interno). Come mostra la FIGURA 9, su di essa agisce una forza magnetica $\vec{F}$ che è orientata verso sinistra, per cui si oppone al moto. Il modulo di $\vec{F}$ è
$$F = B\,i\,l.$$
Perché la sbarra continui a muoversi con velocità costante, bisogna che sia spinta da una forza esterna uguale e contraria alla forza magnetica $\vec{F}$. Il lavoro compiuto dalla forza esterna è quello che fornisce l'energia dissipata per effetto Joule.

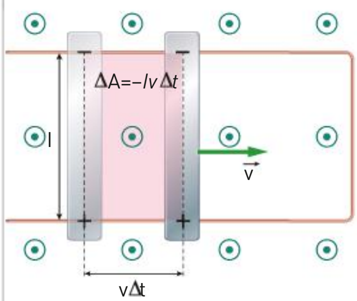


FIGURA 8
La sbarra, di lunghezza l, si avvicina con velocità costante $\vec{v}$ al lato opposto del circuito. Perciò, in un intervallo di tempo Δt, l'area della superficie che ha come contorno il circuito ha una variazione ΔA negativa: diminuisce della quantità $l\,v\,\Delta t$, uguale all'area spazzata dalla sbarra.

RICORDA

Un generatore ideale di tensione con forza elettromotrice f_{em}, attraversato da una corrente di intensità i, eroga una potenza elettrica
$$P_g = f_{em}\,i.$$
Se il circuito esterno contiene solo resistori, tutta la potenza P_g è dissipata per effetto Joule.

RICORDA

In un campo magnetico uniforme $\vec{B}$, un conduttore rettilineo in cui scorre una corrente di intensità i risente di una forza magnetica $\vec{F}$, espressa dalla formula
$$\vec{F} = i\,\vec{l} \times \vec{B}.$$
Il vettore $\vec{l}$ ha come modulo la lunghezza l del filo ed è diretto lungo il filo nel verso della corrente.

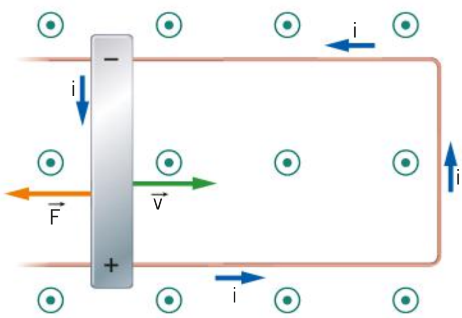


FIGURA 9
Sulla sbarra percorsa da corrente agisce una forza magnetica che si oppone al moto.

In Δt la sbarra compie uno spostamento verso destra $\Delta\vec{s} = \vec{v}\Delta t$. Quindi la forza esterna, che ha la stessa direzione e lo stesso verso di $\vec{v}$, compie il lavoro

$$W = F\,\Delta s = B\,i\,l\,v\,\Delta t.$$

La potenza sviluppata da questa forza, uguale alla potenza dissipata, è

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{Bilv\Delta t}{\Delta t} = Bilv. \qquad [6]$$

- Confrontando le formule [5] e [6], ottieni

$$f_{em}\,i = B\,i\,l\,v,$$

da cui

$$f_{em} = B\,l\,v. \qquad [7]$$

Come vedi, l'espressione della forza elettromotrice, data dalla formula [7], è anche l'espressione della quantità $-\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$, data dalla [4], per cui la dimostrazione è conclusa.

CON LE DERIVATE

La forza elettromotrice indotta istantanea

Per un circuito immerso in un campo magnetico, la formula [2] fornisce la forza elettromotrice indotta *media*, in un intervallo di tempo Δt fissato. Questa grandezza, tralasciando il suo segno, è data dal rapporto incrementale

$$\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t},$$

cioè dal rapporto tra due variazioni: la variazione $\Delta\Phi(\vec{B})$ del flusso di campo magnetico attraverso la superficie del circuito e la variazione corrispondente del tempo, Δt.

Come abbiamo visto nel capitolo «La corrente elettrica continua», per ottenere il valore istantaneo di una grandezza così definita occorre calcolare il limite del rapporto incrementale per Δt che tende a zero. Per la **forza elettromotrice indotta istantanea**, la formula che esprime la legge di Faraday-Neumann diventa dunque

$$f_{em} = \lim_{\Delta t \to 0}\left[-\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}\right],$$

o anche, poiché il limite al secondo membro definisce (a parte il segno meno) la derivata rispetto al tempo del flusso $\Phi(\vec{B})$,

$$f_{em} = -\frac{\mathrm{d}\Phi(\vec{B})}{\mathrm{d}t}. \qquad [8]$$

Quindi,

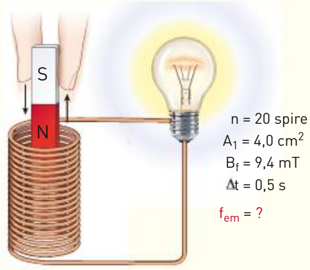
> la **forza elettromotrice indotta istantanea** è la derivata rispetto al tempo del flusso di campo magnetico, cambiata di segno.

Per la corrente istantanea indotta in un circuito di resistenza R vale una formula analoga alla [3]:

$$i = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi(\vec{B})}{\mathrm{d}t}. \qquad [9]$$

PROBLEMA MODELLO 1 UNA BATTERIA INVISIBILE

Una bobina è composta da 20 spire, ognuna con un'area di 4,0 cm², ed è collegata a un circuito che contiene una lampadina da torcia elettrica, ma nessun generatore. Avvicinando e allontanando una calamita, il campo magnetico medio sulla superficie della bobina passa dal valore zero al valore di 9,4 mT. Un ragazzo sposta la calamita vicino e poi lontano dalla bobina due volte al secondo.



- **Qual è il modulo della forza elettromotrice media indotta nel circuito da tale variazione di flusso?**

DATI

Area della spira: $A = 4{,}0\ \text{cm}^2$
Numero di spire: $N = 20$
Variazione del campo magnetico: $\Delta B = 9{,}4\ \text{mT}$

INCOGNITE

Forza elettromotrice media indotta: $f_{em} = ?$

L'IDEA

- Quando la calamita viene inserita nel circuito si crea una variazione di flusso del campo magnetico. Poiché la spira è composta da N avvolgimenti, essa è equivalente ad un'unica spira di area NA. Conoscendo il valore iniziale e finale del campo magnetico, posso ricavare la variazione di flusso.
- Poiché la calamita viene inserita due volte al secondo, posso ricavare l'intervallo di tempo entro il quale avviene la variazione del flusso del campo magnetico, cioè $\Delta t = \frac{1}{2}\ \text{s} = 0{,}50\ \text{s}$.
- Ricavo il modulo della forza elettromotrice media indotta dalla legge di Faraday-Neumann.

LA SOLUZIONE

Determino l'area della spira.

L'area equivalente della spira è $A' = NA = 20 \times (4{,}0 \times 10^{-4}) = 8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$.

Ricavo la variazione di flusso

Il campo magnetico all'inizio è nullo e alla fine è 9,4 mT, dunque la variazione del flusso del campo magnetico è:

$$\Delta\Phi\,(\vec{B}) = \Phi_f - \Phi_i = A'B_f - A'B_i = A'\left(B_f - B_i\right)$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi\,(\vec{B}) = \left(8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^2\right) \times \left(9{,}4 \times 10^{-3}\ \text{T} - 0\ \text{T}\right) = 7{,}5 \times 10^{-5}\ \text{Wb}$$

Visto che la calamita è mossa avanti e indietro due volte al secondo, questa variazione di flusso avviene nell'intervallo di tempo $\Delta t = 0{,}50$ s.

Calcolo la f_{em} indotta

Ora sostituiamo i valori numerici trovati nella legge di Faraday-Neumann (scritta senza il segno meno perché il problema chiede il modulo della f_{em}) e otteniamo:

$$f_{em} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{7{,}5 \times 10^{-5}\ \text{Wb}}{0{,}5\ \text{s}} = 1{,}5 \times 10^{-4}\ \frac{\text{Wb}}{\text{s}} = 1{,}5 \times 10^{-4}\ \text{V}.$$

PER NON SBAGLIARE

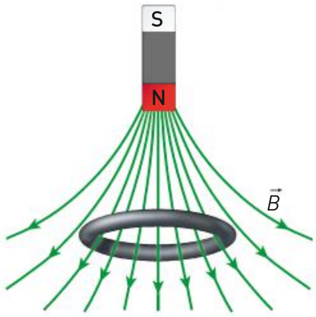
La forza elettromotrice media indotta (pari a 0,15 mV) è molto bassa e quindi non sufficiente ad accendere la lampadina della torcia elettrica.
Per ottenere una f_{em} adeguata, per esempio 1,5 V, dobbiamo aumentare la forza elettromotrice indotta di 10 000 volte. Potremmo ottenere questo effetto, per esempio, diminuendo della stessa misura il denominatore della formula di Faraday-Neumann. Questo significa avvicinare e allontanare la calamita 20 000 volte al secondo!
Per accendere la lampadina, occorre quindi utilizzare dispositivi come la dinamo o l'alternatore, i cui campi magnetici sono più elevati e il numero di spire più grande.

ANIMAZIONE
La legge di Lenz

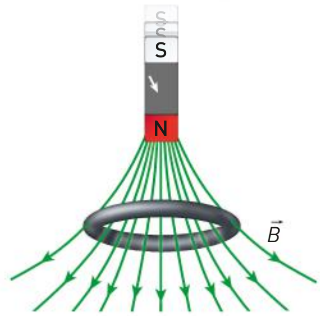
3 LA LEGGE DI LENZ

Per visualizzare il flusso di un campo magnetico attraverso una superficie è utile rappresentare il campo mediante le sue linee. Così si vede che, quando una calamita si avvicina a una spira, il flusso attraverso la superficie delimitata dalla spira aumenta.

- Infatti, il flusso è direttamente proporzionale al numero delle linee di campo che attraversano la spira.



- Più la calamita è vicina alla spira, più queste linee sono numerose; maggiore, quindi, è il flusso.



La variazione del flusso di campo magnetico mette in circolazione nella spira una corrente indotta che, a sua volta, produce un suo campo magnetico (FIGURA 10). Vi sono quindi due campi magnetici:

- il campo magnetico esterno $\vec{B}$, generato dalla calamita, che crea la variazione di flusso;
- il campo magnetico indotto, $\vec{B}_{\text{indotto}}$, generato dalla corrente indotta.

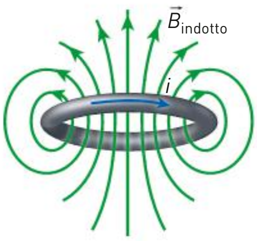
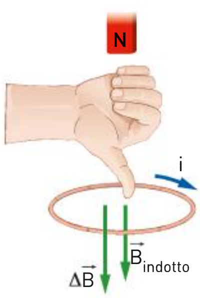


FIGURA 10
La corrente indotta che circola nella spira genera il campo magnetico $\vec{B}_{\text{indotto}}$.

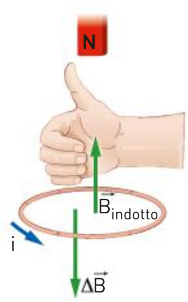
Verso della corrente indotta e conservazione dell'energia

Qual è il verso della corrente indotta nella spira? Esaminiamo le due possibilità, tenendo conto del fatto che i due campi $\vec{B}$ e $\vec{B}_{\text{indotto}}$ si sommano come vettori per produrre un *flusso totale* attraverso la superficie della spira: ciò equivale a dire che i flussi dei due campi si sommano algebricamente.

- Supponiamo che la corrente indotta circoli in verso orario. Così $\vec{B}_{\text{indotto}}$ sarebbe orientato verso il basso, così come la variazione $\Delta\vec{B}$ del campo magnetico esterno: il flusso di $\vec{B}_{\text{indotto}}$ rinforzerebbe l'aumento del flusso di $\vec{B}$ dovuto all'avvicinarsi della calamita.



- In realtà, la corrente indotta scorre in verso antiorario. Di conseguenza $\vec{B}_{\text{indotto}}$ punta verso l'alto e contrasta la variazione $\Delta\vec{B}$ del campo esterno: in altri termini, il flusso $\vec{B}_{\text{indotto}}$ riduce la variazione del flusso di $\vec{B}$, che dà origine alla corrente indotta.



Se si verificasse il primo caso, cioè se il campo indotto contribuisse ad aumentare il flusso totale, la corrente indotta diventerebbe ancora più intensa; il campo magnetico

AL VOLO

QUALE VERSO?
Stai osservando una spira conduttrice da sopra e, sempre da sopra, avvicini al suo centro il polo *sud* di un magnete a barra.

- Dal tuo punto di vista, la corrente indotta nella spira ha verso orario o antiorario?
- Qual è il verso della corrente indotta se, invece, tieni il magnete con il polo *nord* rivolto dalla parte della spira e lo allontani?

indotto aumenterebbe a sua volta, provocando l'ulteriore aumento della corrente indotta, in un processo senza limite. Si otterrebbe, così, energia elettrica non fornita da alcun lavoro, in contrasto con il principio di conservazione dell'energia.

Poiché ciò non è possibile, nel caso che stiamo esaminando la corrente indotta deve circolare in senso antiorario, in modo da contrastare l'aumento del flusso di campo magnetico. Quindi il verso della corrente indotta è determinato dal principio di conservazione dell'energia.

La **legge di Lenz**, che prende il nome dal fisico russo Emilij Kristianovic Lenz (1804-1865), afferma che

> il verso della corrente indotta è sempre tale da opporsi alla variazione di flusso che la genera.

Per un circuito fisso, che non si deforma né ruota **(FIGURA 11)**, questa legge dice che:

- una corrente indotta, causata da un *aumento* $\Delta\vec{B}$ del campo magnetico esterno $\vec{B}$, genera un campo magnetico $\vec{B}_{\text{indotto}}$ che ha verso opposto a quello di $\vec{B}$;
- una corrente indotta, causata da una *diminuzione* $\Delta\vec{B}$ del campo magnetico esterno $\vec{B}$, genera un campo magnetico $\vec{B}_{\text{indotto}}$, che ha lo stesso verso di $\vec{B}$.

Dal punto di vista matematico, la legge di Lenz è espressa dal segno «meno» che compare nelle formule [**2**] e [**3**].

Il «meno» va messo in relazione con il verso del vettore $\vec{S}$ che rappresenta la superficie attraversata dal flusso di campo magnetico **(FIGURA 12)**: se la forza elettromotrice f_{em} data dalla [**2**] e la corrente indotta i data dalla [**3**] risultano positive, vuol dire che la corrente, nel circuito che delimita la superficie, scorre nel verso in cui si chiude la mano destra quando il pollice è orientato come $\vec{S}$; se f_{em} e i risultano negative, vuol dire che la corrente scorre nel verso opposto.

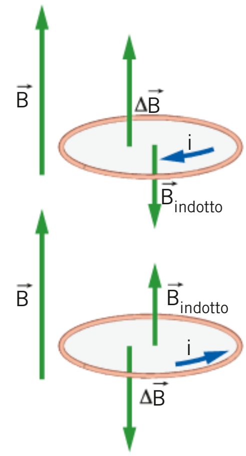


FIGURA 11
Nella figura sopra il flusso del campo magnetico esterno $\vec{B}$, che attraversa verso l'alto la superficie della spira, aumenta; nella figura sotto tale flusso diminuisce. Il campo magnetico dovuto alla corrente indotta è sempre tale da opporsi alla variazione di flusso che genera questa corrente.

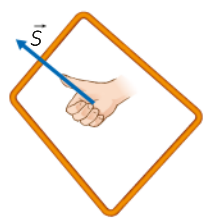


FIGURA 12
Il flusso del campo magnetico è positivo se le linee di campo hanno lo stesso verso fissato per il vettore superficie $\vec{S}$ (se no è negativo); la corrente indotta è positiva se scorre nel verso delle dita avvolte della mano destra quando il pollice è orientato come $\vec{S}$ (e negativa altrimenti).

Correnti indotte e diamagnetismo

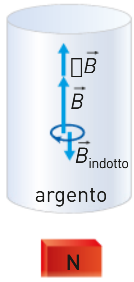
Nel capitolo «Il campo magnetico» il modello delle correnti microscopiche di Ampère ha permesso di spiegare le proprietà dei materiali ferromagnetici, che sono fortemente attratti dai magneti, e di quelli paramagnetici, che invece sono attratti debolmente. Mediante l'induzione elettromagnetica possiamo ora interpretare, in base allo stesso modello, il comportamento dei materiali diamagnetici sui quali, al contrario, i magneti hanno un debole effetto repulsivo.

Se gli atomi fossero minuscole spire, quelli dei materiali ferromagnetici e paramagnetici sarebbero spire dotate di un generatore e quindi percorse da una data corrente. Allora un atomo ferromagnetico o paramagnetico somiglia all'ago di una bussola e, in un campo magnetico esterno $\vec{B}$, tende a orientarsi in modo che il suo momento magnetico assuma la direzione e il verso di $\vec{B}$.

Invece, in assenza di campi magnetici, gli atomi dei materiali diamagnetici sono come spire conduttrici senza generatore, in cui non scorre corrente. In questi atomi, infatti, i momenti magnetici dei singoli elettroni si compensano e si azzerano reciprocamente.

Supponiamo di avvicinare il polo nord di un magnete a un campione di materiale diamagnetico, per esempio a un pezzo di argento.

■ Nel materiale, attraverso la superficie di ogni singola spira microscopica, il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ del magnete cambia; quindi nella spira si produce una corrente indotta. Per la legge di Lenz, la corrente indotta ha verso tale da opporsi, tramite il campo magnetico $\vec{B}_{\text{indotto}}$ che da essa ha origine, alla variazione del flusso.



■ Per induzione elettromagnetica, quindi, ogni spira microscopica crea un campo magnetico $\vec{B}_{\text{indotto}}$ orientato *in verso opposto* al campo $\vec{B}$ del magnete che si avvicina. Ciò significa che la spira si comporta come un secondo magnete che rivolge il suo polo nord verso il polo nord del primo e risente, pertanto, di una forza repulsiva.

IN LABORATORIO
Correnti di Foucault

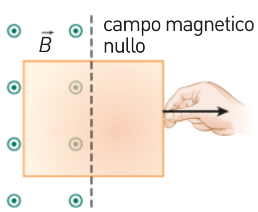
Le correnti di Foucault

Le correnti indotte non si generano solo nelle spire di filo metallico sottile: quelle che circolano in lastre estese o blocchi spessi di materiale conduttore sono chiamate **correnti parassite**.

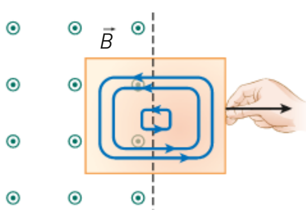
Sperimentiamo gli effetti delle correnti parassite, dette anche **correnti di Foucault** dal nome dello scienziato francese Leon Foucault (1819-1868), se tentiamo di estrarre rapidamente una lamina di metallo da una zona che è sede di un campo magnetico. Avvertiamo, infatti, che la lamina oppone resistenza.

Qual è l'origine della forza che contrasta la fuoriuscita della lamina dal campo? Le figure qui sotto mostrano la lamina quando essa, muovendosi verso destra per effetto di una forza che la tira, è in parte immersa nel campo, a sinistra, e in parte ne è fuori.

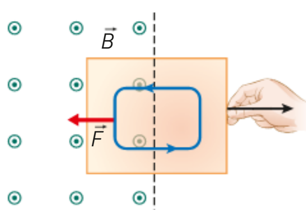
■ La lamina passa da una zona in cui è presente un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ a un'altra in cui il campo non c'è. Quindi il flusso di campo magnetico che la attraversa, dall'interno verso l'esterno della pagina, diminuisce nel tempo: tale variazione genera una corrente elettrica indotta.



■ I cammini chiusi qui rappresentati sono alcuni dei tanti che la corrente indotta può percorrere nella lamina. Questa corrente ha verso antiorario, per cui crea un campo magnetico indotto che ha lo stesso verso del campo esterno $\vec{B}$, cioè contrasta, secondo la legge di Lenz, la diminuzione del flusso.



■ Sul lato sinistro di ogni circuito di corrente, entro lo spessore del metallo, agisce una forza magnetica $\vec{F}$ non bilanciata che punta in verso opposto rispetto al moto della lamina. Quindi, la forza magnetica di cui risente la lamina a causa della corrente indotta produce un *effetto frenante*.



Quanto maggiore è la velocità con cui la lamina esce dal campo magnetico, e quindi più rapida è la variazione del flusso attraverso la sua superficie, tanto più intensa è la forza magnetica che la frena. La forza magnetica, infatti, è direttamente proporzionale all'intensità della corrente indotta, che a sua volta è direttamente proporzionale alla rapidità di variazione del flusso.


Vereshchagin Dmitry/Shutterstock

Le correnti di Foucault costituiscono il principio di funzionamento dei *freni magnetici*, utilizzati in alcuni tipi di treni e nelle carrozze delle montagne russe; su di esse si basa, inoltre, il meccanismo di regolazione della difficoltà di pedalata in alcuni modelli di **bicicletta da camera**.

Le correnti di Foucault hanno anche la proprietà di riscaldare, per effetto Joule, i metalli in cui scorrono. Talvolta l'effetto è voluto, come nei fornelli a induzione. Ma molto spesso questa dissipazione di energia è un effetto indesiderato, che riduce l'efficienza di un dispositivo.

Correnti parassite si generano, per esempio, nei motori elettrici, che contengono corpi metallici in rotazione in un campo magnetico, e nei trasformatori, in cui un nucleo di metallo è immerso in un campo magnetico variabile. Le parti in metallo di questi dispositivi sono costruite non come blocchi compatti, ma come fasci di fili o lamierini, separati da strati isolanti: così la loro resistenza elettrica è maggiore e l'intensità delle correnti indotte al loro interno è molto ridotta.

LE NUOVE TECNOLOGIE

Il separatore a induzione: un campo magnetico per prelevare l'alluminio dai rifiuti

In molte città i **rifiuti di plastica, vetro, acciaio e alluminio** sono raccolti tutti assieme. Come avviene la separazione automatica di questi materiali, prima del riciclaggio?


carlandreas/Shutterstock

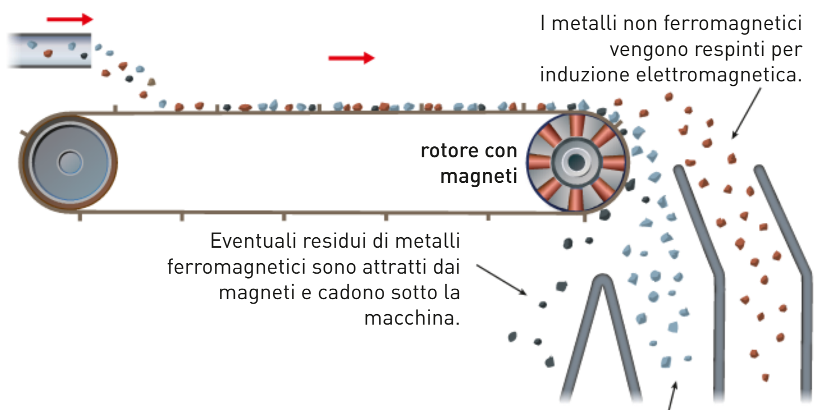
Le lattine in lamiera di acciaio sono le più facili da separare e le prime a essere recuperate, per mezzo di elettromagneti o magneti permanenti che le attraggono. Per prelevare le lattine di alluminio, che invece restano mescolate agli altri rifiuti, serve un altro trattamento, ancora magnetico, ma basato sulle correnti indotte.

L'alluminio è un buon conduttore elettrico ed è facilmente attraversato da correnti parassite quando è immerso in un campo magnetico che varia nel tempo: la macchina che sfrutta questa proprietà per separare l'alluminio dalla plastica, dal vetro e dagli altri materiali isolanti è chiamata separatore a induzione.

Come mostra lo **schema a pagina seguente**, un separatore a induzione è un nastro trasportatore che scorre su due rulli. Il flusso dei materiali mescolati arriva sul nastro a un'estremità e viene smistato in getti distinti all'altra estremità.

Qui, all'interno del rullo su cui gira il nastro, si trova l'elemento essenziale del sistema: un rotore che sostiene rigidamente una serie di magneti a barra disposti a raggiera. Il rotore non è fissato al rullo e gira molto più rapidamente. Facendo ruotare i magneti, esso fa variare il campo magnetico nella zona circostante.

I corpi non metallici, che non risentono del campo magnetico e delle sue variazioni, quando giungono in fondo al nastro cadono per gravità in un recipiente; i pezzi di metallo, invece, a causa delle correnti parassite presenti al loro interno, subiscono una forza magnetica repulsiva e cadono più lontano, in un recipiente separato.



Perché l'interazione tra i magneti del rotore e le correnti parassite è repulsiva?

All'inizio, i pezzi di alluminio posti sul nastro sono in una zona priva di campo magnetico; poi entrano nel campo dei magneti e sono attraversati da un flusso di $\vec{B}$ che varia rapidamente nel tempo: secondo la legge di Lenz, allora, le correnti indotte scorrono in modo da generare un campo opposto a quello dei magneti. In sostanza, i pezzi di alluminio percorsi da correnti parassite subiscono la stessa forza di repulsione che abbiamo descritto, in base al modello delle correnti microscopiche, per le sostanze diamagnetiche: però, nell'alluminio le correnti parassite sono macroscopiche e creano forze molto più intense (infatti esse sovrastano la debole attrazione a cui l'alluminio è soggetto per il fatto di essere paramagnetico).

Il separatore a induzione non funziona solo per l'alluminio, ma per tutti i metalli non ferromagnetici. Tuttavia, il riciclaggio dell'alluminio ha un'importanza economica particolare, perché fa risparmiare energia.

Ogni anno, il mondo usa 20 milioni di tonnellate di alluminio e, per ogni kilogrammo di nuovo alluminio prodotto dalla bauxite per elettrolisi, si spendono circa 260 MJ di energia; per riscaldare e fondere 1 kg di alluminio riciclato, invece, sono sufficienti una decina di megajoule di energia. Il risparmio resta significativo anche se al bilancio si aggiunge la spesa energetica per la separazione dell'alluminio dai rifiuti.

AL VOLO

FORZE A CONFRONTO

Un separatore a induzione funziona anche con il rame, la cui resistività è inferiore a quella dell'alluminio.

- In fondo al nastro della macchina, subisce una forza repulsiva maggiore una lamina di alluminio, o una lamina di rame uguale per forma e dimensioni? Oppure le due forze sono uguali?

4 L'AUTOINDUZIONE E LA MUTUA INDUZIONE

Per avere induzione elettromagnetica in un circuito non è necessaria la presenza di un campo magnetico esterno. Infatti,

> la variazione della corrente in un circuito elettrico genera una forza elettromotrice indotta nel circuito stesso.

Questo fenomeno si chiama **autoinduzione**.

Autoinduzione: la corrente indotta che ha origine interna

Quando si chiude l'interruttore di un circuito, l'intensità di corrente non raggiunge all'istante il suo valore stazionario, ma vi si avvicina progressivamente nel tempo (FIGURA 13). Questo andamento è dovuto all'autoinduzione. Infatti:

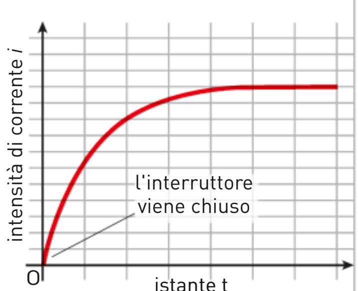


FIGURA 13
L'intensità di corrente in funzione del tempo alla chiusura di un circuito elettrico.

- la corrente, che prima era nulla, cresce rapidamente creando un campo magnetico sempre più intenso;
- il flusso del campo attraverso la superficie delimitata dal circuito aumenta e genera una corrente indotta che, per la legge di Lenz, tende a opporsi a questo suo aumento;
- la corrente indotta scorre nel circuito contemporaneamente alla corrente che è spinta dal generatore, ma va in verso opposto, per cui rallenta la crescita della corrente complessiva.

In modo analogo, se si apre il circuito, la corrente nel filo non si annulla subito, ma lo fa con un certo ritardo (FIGURA 14): l'apertura dell'interruttore fa diminuire il flusso del campo magnetico; di conseguenza, la corrente indotta va nello stesso verso di quella che prima percorreva il circuito chiuso e la durata della corrente complessiva si prolunga.

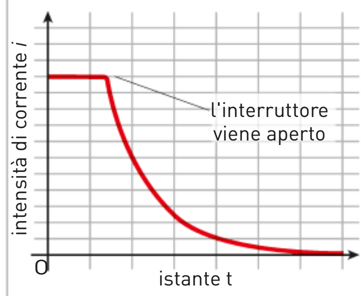


FIGURA 14
L'intensità di corrente in funzione del tempo all'apertura del circuito.

L'induttanza di un circuito e gli induttori

Il campo magnetico generato dalla corrente che scorre in un circuito produce un flusso $\Phi(\vec{B})$ attraverso la superficie che ha per contorno il circuito stesso. Calcoliamo $\Phi(\vec{B})$ nel caso di un solenoide di lunghezza l, costituito da N spire di area S e percorso da una corrente di intensità i (FIGURA 15).

Nel capitolo «Fenomeni magnetici fondamentali» abbiamo visto che il campo $\vec{B}$ prodotto al suo interno da un solenoide lungo e stretto è uniforme e parallelo all'asse del solenoide (ossia perpendicolare a ciascuna spira), e ha modulo espresso da

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} i.$$

Per calcolare il flusso $\Phi_{spira}(\vec{B})$ di questo campo attraverso la superficie di una singola spira, fissiamo come positiva la faccia della spira da cui escono le linee di campo: allora, $\Phi_{spira}(\vec{B})$ è positivo ed è dato dal prodotto del modulo di $\vec{B}$ per S, cioè

$$\Phi_{\text{spira}}(\vec{B}) = BS = \mu_0 \frac{N}{l} Si.$$

Il flusso $\Phi(\vec{B})$ attraverso l'intero solenoide, che contorna una superficie uguale all'unione delle superfici di tutte e N le sue spire, è uguale a N volte $\Phi_{\text{spira}}(\vec{B})$:

$$\Phi(\vec{B}) = N\Phi_{\text{spira}}(\vec{B}) = \mu_0 \frac{N^2}{l} Si.$$

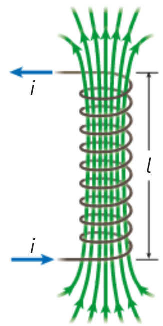


FIGURA 15
Le linee del campo magnetico di un solenoide passano all'interno del solenoide stesso.

Poiché il fattore

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S \qquad [10]$$

è costante, il flusso $\Phi(\vec{B}) = L\,i$ è direttamente proporzionale all'intensità i della corrente.

Questo risultato vale per qualsiasi circuito elettrico:

> il campo magnetico generato dalla corrente di intensità i che scorre in un circuito produce un flusso direttamente proporzionale a i attraverso la superficie che ha per contorno il circuito stesso.

Quindi è valida in generale la relazione

flusso del campo magnetico generato internamente (Wb)

intensità di corrente (A)

$$\Phi(\vec{B}) = L\,i \qquad [11]$$

induttanza (H)

In questa formula la costante di proporzionalità L, caratteristica del circuito e del materiale in cui esso è immerso, è la grandezza fisica che descrive quanto è intenso l'effetto dell'autoinduzione.

La costante L prende il nome di **induttanza**, o **coefficiente di autoinduzione**, del circuito e nel Sistema Internazionale è misurata in Wb/A. Questa unità di misura è detta **henry** (H), dal nome del fisico statunitense Joseph Henry (1797-1878):

$$1\ \mathrm{H} = 1\ \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}}.$$

FIGURA 16
Il simbolo che rappresenta un induttore nello schema di un circuito elettrico.

Ogni circuito elettrico è caratterizzato, otre che da una resistenza R, anche da un'induttanza L. Gli elementi dei circuiti che hanno un'induttanza non trascurabile sono chiamati **induttori** (FIGURA 16).

Un solenoide è un tipico induttore, la cui induttanza, espressa dalla formula **[10]**, è tanto più grande quanto maggiore è il numero delle sue spire e quanto più estesa è la sua sezione. A parità di altre condizioni, se le spire sono avvolte attorno a un nucleo ferromagnetico, l'**induttanza del solenoide** è aumentata di un fattore uguale alla permeabilità magnetica relativa μ_r del materiale:

permeabilità magnetica del vuoto (N/A²)
permeabilità magnetica relativa
induttanza di un solenoide (H)
numero di spire

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2}{l} S \qquad [12]$$

lunghezza (m)
area (m²)

Il circuito *RL*

Utilizzando l'equazione **[11]**, possiamo scrivere la legge di Faraday-Neumann in una forma più adatta allo studio dei circuiti elettrici.

Se in un intervallo di tempo Δt l'intensità della corrente che scorre in un circuito passa dal valore iniziale i_1 al valore finale i_2, la variazione del flusso di campo magnetico attraverso la superficie del circuito è

$$\Delta\Phi(\vec{B}) = L\, i_2 - L\, i_1 = L\,(i_2 - i_1) = L\,\Delta i$$

e la **forza elettromotrice autoindotta**, $f_{em} = -\dfrac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$, è espressa da

$$f_{em} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}. \qquad [13]$$

Precisamente, la formula **[13]** dà la media della forza elettromotrice autoindotta nel tempo Δt. Per ottenere il valore istantaneo di questa grandezza, bisogna calcolare la derivata di i rispetto al tempo:

forza elettromotrice autoindotta (V)
induttanza (H)

$$f_{em} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad [14]$$

derivata dell'intensità di corrente rispetto al tempo (A/s)

AL VOLO

INDUTTANZA MAGGIORE
Un solenoide è formato da 100 spire avvolte attorno a una sbarra di ferro ed è lungo 5 cm. Un secondo solenoide è lungo 8 cm e ha 8 spire per centimetro di lunghezza, avvolte attorno a una sbarra identica.

- Quale dei due ha induttanza maggiore?

La FIGURA 17 rappresenta un circuito che contiene un generatore, un resistore con resistenza R e un induttore con induttanza L, chiamato in breve **circuito *RL***.

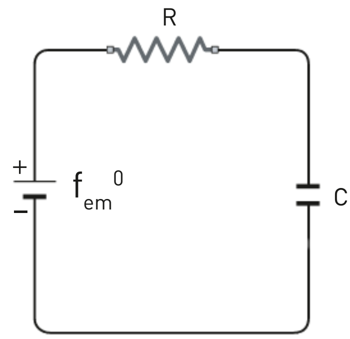


FIGURA 17
Lo schema di un circuito *RL* con un generatore di tensione continua.

In questo circuito, alla forza elettromotrice costante f_{em}^{0} fornita dal generatore si somma algebricamente la forza elettromotrice istantanea autoindotta, espressa dalla formula [14]. Per la legge delle maglie, l'intensità istantanea i della corrente che percorre il circuito obbedisce quindi all'equazione

$$f_{em}^{0} - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - Ri = 0. \qquad [15]$$

RICORDA

In base alla legge delle maglie, o seconda legge di Kirchhoff, la somma algebrica delle differenze di potenziale che si incontrano percorrendo una maglia di un circuito è uguale a zero.

A partire dalla relazione [15] è possibile dimostrare che la corrente di chiusura del circuito rappresentata nella FIGURA 13 è data dalla formula

$$i(t) = \frac{f_{em}^{0}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \qquad [16]$$

In modo analogo, la corrente di apertura del circuito descritta nella FIGURA 14 è

$$i(t) = \frac{f_{em}^{0}}{R}e^{-\frac{R}{L}t}. \qquad [17]$$

Entrambe le formule sono scritte indicando con $t = 0$ s l'istante iniziale del fenomeno a cui si riferiscono.

L'analisi del circuito *RL*

CON LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

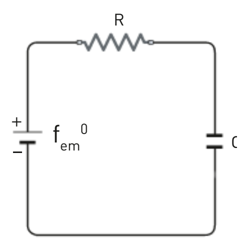
La soluzione che cerchiamo per l'equazione [15] è una funzione $i(t)$ della variabile t: questa funzione, sostituita nella [15] assieme alla sua derivata $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, deve rendere il primo membro uguale al secondo.

Un'equazione come la [15], che lega tra loro una funzione e la sua derivata, si chiama **equazione differenziale del primo ordine**. In essa vi sono due variabili: la funzione incognita i, che costituisce la *variabile dipendente*, e t, che è invece la *variabile indipendente*.

- **La forma normale dell'equazione.** Per risolvere la [15], come primo passo la si scrive in *forma normale*, cioè si isola al primo membro la derivata $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$:
$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{f_{em}^{0}}{L} - \frac{R}{L}i,$$
o anche
$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{R}{L}\left(\frac{f_{em}^{0}}{R} - i\right).$$
- **Separazione delle variabili.** Nelle equazioni come la [15] il secondo passo consiste nel separare le variabili, cioè trasformare la forma normale, mediante passaggi algebrici, in modo che la variabile dipendente compaia solo nel primo membro e la variabile indipendente solo nel secondo. Dato che il fattore
$$\frac{f_{em}^{0}}{R} - i$$
è sempre diverso da zero (sarebbe nullo, infatti, per $i = \frac{f_{em}^{0}}{R}$, cioè se il circuito avesse il generatore e il resistore, ma non l'induttore), otteniamo la *separazione delle variabili* dividendo entrambi i membri per $\frac{f_{em}^{0}}{R} - i$ e poi moltiplicandoli per l'incremento

AL VOLO

SOMIGLIANZA TRA CIRCUITI
Il circuito *RC* qui schematizzato è descritto da un'equazione differenziale formalmente identica a quella del circuito *RL*.



▶ Dimostra che tale equazione è
$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{RC}\left(C f_{em}^{0} - q\right),$$
in cui q è la carica istantanea del condensatore.

infinitesimo dt:

$$\frac{\mathrm{d}i}{\frac{f_{em}^0}{R} - i} = \frac{R}{L}\mathrm{d}t. \qquad [18]$$

- **Integrazione membro a membro.** Come terzo passo, dobbiamo integrare l'equazione [**18**] membro a membro, cioè scrivere

$$\int \frac{\mathrm{d}i}{\frac{f_{em}^0}{R} - i} = \int \frac{R}{L}\mathrm{d}t. \qquad [19]$$

Abbiamo così ridotto la risoluzione dell'equazione differenziale al problema di calcolare due integrali indefiniti.

Poiché il rapporto $\frac{f_{em}^0}{R}$ è una costante, possiamo esprimere l'incremento infinitesimo di, in modo equivalente, come $-\mathrm{d}\left(\frac{f_{em}^0}{R} - i\right)$ e porre

$$y = \frac{f_{em}^0}{R} - i. \qquad [20]$$

Con questa *sostituzione*, tenendo anche conto del fatto che l'integrale del prodotto di una costante per una funzione è uguale al prodotto della costante per l'integrale della funzione, possiamo riscrivere la [**19**] in modo più semplice:

$$\int \frac{\mathrm{d}y}{y} = -\frac{R}{L}\int \mathrm{d}t.$$

Sviluppando i due integrali indefiniti, troviamo l'equazione

$$\ln|y| = -\frac{R}{L}t + c,$$

in cui c è la costante di integrazione.

Utilizziamo ora la [**20**] per tornare alla variabile i, osservando che $\frac{f_{em}^0}{R} - i$ è sempre positiva (infatti, in accordo con la legge di Lenz, l'intensità di corrente i è minore di $\frac{f_{em}^0}{R}$, cioè di come sarebbe se nel circuito non ci fosse un induttore). Otteniamo, dunque,

$$\ln\left(\frac{f_{em}^0}{R} - i\right) = -\frac{R}{L}t + c.$$

Per l'identità

$$e^{\ln x} = x,$$

ponendo $k = e^c$, troviamo infine

$$\frac{f_{em}^0}{R} - i = ke^{-\frac{R}{L}t},$$

cioè

$$i(t) = \frac{f_{em}^0}{R} - ke^{-\frac{R}{L}t}. \qquad [21]$$

- **Calcolo della costante di integrazione.** Poiché la costante k è arbitraria, la [**21**] descrive una famiglia di *infinite* soluzioni dell'equazione differenziale [**15**]. Per determinare l'unica funzione $i(t)$ che corrisponde alla realtà fisica, dobbiamo imporre che sia soddisfatta la condizione iniziale

$$i(t) = 0 \text{ per } t = 0,$$

cioè che la corrente sia nulla nell'istante zero, quando il circuito viene chiuso.

Questa condizione si traduce nell'equazione

$$0 = \frac{f_{em}^0}{R} - k \quad \Rightarrow \quad k = \frac{f_{em}^0}{R}. \qquad [22]$$

Sostituendo la [22] nella [21] otteniamo la funzione $i(t)$ cercata:

$$i(t) = \frac{f_{em}^0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right),$$

che è proprio la formula [16]. Essa mostra che,

dopo la chiusura del circuito, l'intensità della corrente ha un andamento crescente e tende al valore massimo $I = \frac{f_{em}^0}{R}$ per t che tende all'infinito.

Il rapporto $\frac{R}{L}$, che ha le dimensioni fisiche del tempo, è detto **tempo caratteristico** del circuito *RL*. In pratica si può assumere che la corrente si stabilizzi al suo valore limite I, dopo che è trascorso un intervallo di tempo di 5 $\frac{R}{L}$ dalla chiusura del circuito.

Per trovare come varia la corrente quando il generatore viene eliminato dal circuito (FIGURA 18) dobbiamo risolvere l'equazione differenziale

$$-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = Ri, \qquad [23]$$

con la condizione iniziale $i(0) = I$. Con un procedimento analogo a quello appena descritto otteniamo:

$$i\,(t) = \frac{f_{em}^0}{R}e^{-\frac{R}{L}t},$$

che è la formula [17] vista in precedenza. Da essa vediamo che

una volta tolto il generatore, l'intensità della corrente ha un andamento decrescente e, dal suo valore massimo iniziale $I = \frac{f_{em}^0}{R}$, tende a zero per t che tende all'infinito.

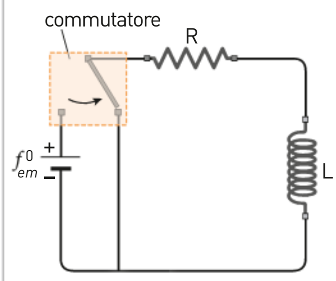


FIGURA 18
Per disconnettere il generatore da un circuito *RL* si può usare un commutatore. Il commutatore è un elemento conduttore, di resistenza trascurabile, che cambia posizione per cambiare il collegamento tra altri elementi circuitali.

Mutua induzione: la corrente indotta che ha origine esterna

Consideriamo ora due circuiti distinti. Un cambiamento della corrente i_1 che scorre nel primo circuito provoca, attraverso la superficie del secondo, una variazione del flusso $\Phi_2(\vec{B}_1)$ del campo magnetico $\vec{B}_1$ da essa generato: quindi dà origine, nel secondo, a una corrente indotta.

Abbiamo già analizzato questo fenomeno all'inizio del capitolo, quando abbiamo descritto l'esperimento di Faraday del circuito induttore e del circuito indotto. Ora osserviamo che allo stesso tempo la variazione della corrente i_2 nel secondo circuito influenza, per induzione elettromagnetica, la corrente che scorre nel primo.

Poiché il campo magnetico è direttamente proporzionale all'intensità della corrente che lo genera, anche il flusso del campo attraverso una superficie fissata è direttamente proporzionale a tale corrente. Quindi Il flusso $\Phi_2(\vec{B}_1)$ è direttamente proporzionale a i_1, cioè vale l'equazione

$$\Phi_2(\vec{B}_1) = M\,i_1,$$

in cui M è una costante caratteristica della forma dei due circuiti presi in esame, della loro posizione relativa e del materiale in cui sono immersi.

La costante M è chiamata **mutua induttanza**, o **coefficiente di mutua induzione**. Il suo nome deriva dal fatto che essa mette in relazione la corrente i_1 del primo circuito con il corrispondente flusso $\Phi_2(\vec{B}_1)$ attraverso il secondo, ma anche, a parti invertite, la corrente i_2 del secondo con il flusso $\Phi_1(\vec{B}_2)$ prodotto da i_2 attraverso il primo. Vale infatti, simmetricamente, anche l'equazione

$$\Phi_1(\vec{B}_2) = M\, i_2,$$

con la stessa costante di proporzionalità M.

Come nel caso dell'autoinduzione, conoscendo M possiamo esprimere la forza elettromotrice indotta nei due circuiti. La forza elettromotrice istantanea $f_{em}^{1\to 2}$ che sorge nel secondo circuito a causa della variazione di i_1 è data dalle formule

$$f_{em}^{1\to 2} = -M\frac{\Delta i_1}{\Delta t} \qquad \text{oppure} \qquad f_{em}^{1\to 2} = -M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \qquad [24]$$

e quella che si genera nel primo circuito a causa della variazione di i_2 è espressa da

$$f_{em}^{2\to 1} = -M\frac{\Delta i_2}{\Delta t} \qquad \text{oppure} \qquad f_{em}^{2\to 1} = -M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \qquad [25]$$

Nel Sistema Internazionale, anche la mutua induttanza M si misura in henry (H), perché, come l'induttanza L, è data dal rapporto tra un flusso di campo magnetico e un'intensità di corrente.

PROBLEMA MODELLO 2 APERTURA DELL'INTERRUTTORE

Un circuito RL contiene un generatore con una forza elettromotrice di 4,5 V, una resistenza da 27 Ω e un'induttanza da $8{,}1 \times 10^{-5}$ H.

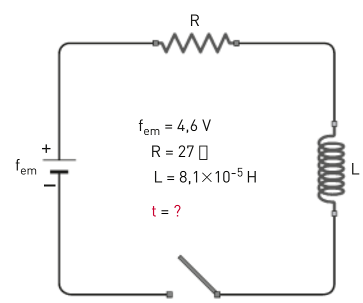
▸ **Calcola dopo quanto tempo, a partire dall'apertura del circuito, la corrente presente in esso si è ridotta al 1,0% del valore che si aveva a circuito chiuso.**

■ DATI

Tensione della batteria: $f_{em} = 4{,}5$ V
Resistenza: $R = 27\ \Omega$
Induttanza: $L = 8{,}1 \times 10^{-5}$ H

■ INCOGNITE

Tempo necessario a ridurre la corrente al 1,0 %: $\boldsymbol{t} = ?$



L'IDEA

- All'apertura del circuito la corrente non va istantaneamente a zero, ma decresce con legge esponenziale $i(t) = i_0 e^{-\frac{R}{L}t}$. Questo è dovuto al fenomeno dell'autoinduzione magnetica. Infatti quando il flusso del campo magnetico concatenato con l'induttanza diminuisce, si genera una corrente indotta che tende a compensare la diminuzione di corrente.
- Osserva che il rapporto R/L ha le dimensioni fisiche di un tempo. In effetti, ciò è necessario affinché l'esponente Rt/L sia un numero puro. Il rapporto R/L è chiamato *costante di tempo induttiva*.

LA SOLUZIONE

Esprimo l'intensità di corrente a circuito chiuso.

$$i_0 = \frac{f_{em}}{R}.$$

Esprimo l'intensità di corrente all'apertura dell'interruttore in funzione del tempo.

$$i(t) = i_0 e^{-\frac{R}{L}t}.$$

A $t = 0$ s il circuito viene aperto e si cerca l'istante in cui:

$$i(t) = 0{,}010 i_0 \quad \Rightarrow \quad i_0 e^{-\frac{R}{L}t} = 0{,}010 i_0 \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{R}{L}t} = 0{,}010$$

quindi posso ricavare

$$e^{\frac{R}{L}t} = 1{,}0 \times 10^2$$

Trovo l'istante di tempo in cui la corrente si è ridotta all'1,0 %

Abbiamo un'equazione esponenziale, che si risolve estraendo il logaritmo naturale di entrambi i membri:

$$\frac{R}{L}t = \ln\,(1{,}0 \times 10^2) = 4{,}6$$

Sostituendo nell'ultimo passaggio i valori numerici otteniamo:

$$t = 4{,}6\,\frac{L}{R} = 4{,}6 \times \frac{8{,}1 \times 10^{-5}\ \mathrm{H}}{27\ \Omega} = 1{,}4 \times 10^{-5}\ \mathrm{s}.$$

Notiamo che il rapporto $\frac{\mathrm{H}}{\Omega}$ equivale a un tempo, che nel SI si esprime in s. In particolare:

$$\frac{\mathrm{H}}{\Omega} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}} \cdot \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{V}}, \quad \text{e a sua volta} \quad \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{V}} = \mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{J}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \frac{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}} = \mathrm{s}.$$

PER NON SBAGLIARE

Anche senza la presenza dell'elemento circuitale che chiamiamo *induttanza*, all'apertura del circuito la corrente avrebbe avuto un andamento esponenziale (con costante di tempo differente). Infatti, all'apertura dell'interruttore il flusso del campo magnetico concatenato con il circuito diminuisce e quindi si crea una corrente indotta che si oppone alla variazione di flusso del campo magnetico.

5 ENERGIA E DENSITÀ DI ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO

Abbiamo visto che in un circuito *RL*, alla chiusura dell'interruttore, si genera una forza elettromotrice autoindotta che si oppone allo scorrere della corrente elettrica.

L'energia immagazzinata in un induttore

Per vincere l'effetto ritardante dell'autoinduzione e far aumentare l'intensità della corrente da zero fino al suo valore di regime I, il generatore deve compiere un lavoro W_L, che è dato dalla formula

lavoro (J) per portare a regime la corrente

induttanza (H)

$$W_L = \frac{1}{2}LI^2 \qquad [26]$$

intensità di corrente (A)

AL VOLO

ENERGIA E FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO

Il campo magnetico di un solenoide immagazzina un'energia di 0,1 J e produce, attraverso la superficie contornata dal solenoide stesso, un flusso di 0,1 Wb.

▸ Qual è l'induttanza del solenoide e qual è l'intensità della corrente che lo percorre?

[0,05 H; 2 A]

Per la conservazione dell'energia, finché nel circuito l'intensità della corrente resta uguale a I, nel campo magnetico generato dall'induttore è immagazzinata un'energia pari al lavoro espresso dalla [**26**].

Se dal circuito viene rimosso il generatore, la corrente continua a fluire per un certo tempo e dissipa nel resistore, per effetto Joule, l'energia immagazzinata.

Calcolo dell'energia dell'induttore

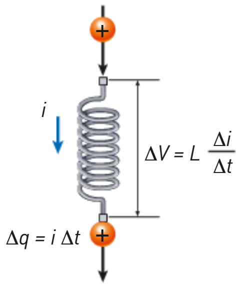


FIGURA 19
Per far fluire una carica infinitesima Δq in un induttore, attraverso una differenza di potenziale ΔV, un generatore deve spendere il lavoro infinitesimo $\Delta W_L = \Delta q\,\Delta V$.

Per calcolare W_L, fissa l'istante t nel quale l'intensità della corrente nel circuito vale i, con $0 \le i \le I$, e considera un intervallo di tempo infinitesimo Δt.

Il lavoro infinitesimo del generatore

- Nel tempo Δt, una carica infinitesima

$$\Delta q = i\,\Delta t \qquad [27]$$

entra nell'induttore passando per una sua estremità e una quantità uguale di carica esce dall'induttore passando per l'altra estremità (FIGURA 19).

- In Δt, inoltre, l'intensità della corrente aumenta di Δi e nell'induttore si genera una forza elettromotrice autoindotta $f_{em} = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$, uguale alla differenza di potenziale elettrico ai capi dell'induttore stesso. Indicando con ΔV il valore assoluto di questa differenza di potenziale, puoi scrivere

$$\Delta V = L\frac{\Delta i}{\Delta t}. \qquad [28]$$

- Il lavoro per muovere una carica Δq tra due punti del circuito che hanno una differenza di potenziale ΔV è espresso dal prodotto $\Delta q\,\Delta V$. In questo caso, il lavoro infinitesimo ΔW_L speso per far fluire la carica attraverso l'induttore è, per la [**27**] e la [**28**],

$$\Delta W_L = \Delta q \Delta V = i\Delta t L\frac{\Delta i}{\Delta t} = Li\Delta i. \qquad [29]$$

Il lavoro totale

- Per trovare il lavoro totale W_L necessario per portare l'intensità della corrente da zero fino al valore finale I, occorre considerare tanti piccoli incrementi successivi della corrente e sommare tutti i corrispondenti lavori elementari. È un problema matematicamente identico al calcolo del lavoro di carica W_C del condensatore di un circuito RC, che si trova nel capitolo «Fenomeni di elettrostatica».

L'analogia con il calcolo del lavoro di carica di un condensatore

- Nel caso del condensatore, il lavoro infinitesimo è

$$\Delta W_C = \frac{q}{C}\Delta q.$$

Questa espressione ha la stessa forma della [**29**], con le seguenti corrispondenze tra le costanti, le variabili e gli incrementi delle variabili:

$$\frac{1}{C} \leftrightarrow L, \qquad q \leftrightarrow i, \qquad \Delta q \leftrightarrow \Delta i.$$

- Di conseguenza, fatte le dovute sostituzioni (l'induttanza L al posto del reciproco $1/C$ della capacità e l'intensità finale I della corrente al posto della carica finale Q), il lavoro totale W_L ha la stessa espressione del lavoro di carica W_C. Visto che la formula per W_C è

$$W_C = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C},$$

trovi

$$W_L = \frac{1}{2}LI^2,$$

ossia la formula [**26**].

L'energia dell'induttore come integrale definito

Il lavoro W_L è dato dall'area sottesa al grafico della funzione Li, tra le ascisse $i = 0$ e $i = I$ (FIGURA 20). Questa funzione, in accordo con la formula [**11**], rappresenta il flusso $\Phi(\vec{\ })$ del campo magnetico dell'induttore attraverso la superficie contornata dall'induttore stesso.

Nel problema modello 6 del capitolo «La corrente elettrica nei metalli» abbiamo visto che l'area sottesa al grafico di una funzione, tra due ascisse estreme, è l'integrale definito della funzione, calcolato prendendo quelle ascisse come estremi di integrazione. Quindi,

> il lavoro W_L immagazzinato nell'induttore è l'integrale definito del flusso $\Phi(\vec{B}) = L$ i tra gli estremi $i = 0$ e $i = I$.

In formule,

$$W_L = \int_0^I Li\mathrm{d}i = L\int_0^I Li\mathrm{d}i = L\left[\frac{i^2}{2}\right]_0^I = \frac{1}{2}LI^2.$$

CON GLI INTEGRALI

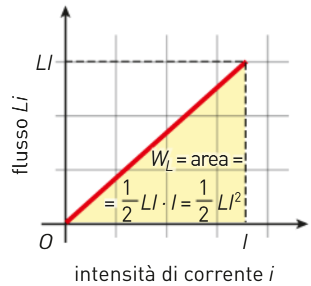


FIGURA 20
L'energia W_L immagazzinata in un induttore è l'area della superficie sottesa al grafico del flusso di campo magnetico, $\Phi(\vec{B}) = L\,i$, in funzione dell'intensità di corrente i.

La densità di energia del campo magnetico

Come esempio di induttore consideriamo un solenoide di lunghezza l, composto da N spire, ciascuna di area S: il volume del solenoide è il prodotto $S\,l$ e la sua induttanza, assumendo che al suo interno ci sia il vuoto o l'aria, è data dalla formula [**10**].

In analogia alla densità volumica di energia elettrica $w_{\vec{E}}$ in un condensatore, di cui abbiamo parlato nel capitolo «Fenomeni di elettrostatica», definiamo la **densità volumica di energia magnetica** $w_{\vec{B}}$ in un solenoide come il rapporto tra l'energia del campo magnetico generato dal solenoide e il volume da esso occupato:

$$w_{\vec{B}} = \frac{W_L}{Sl}. \qquad [30]$$

Sostituendo nell'equazione [**30**] la [**26**] per W_L e, in quest'ultima, la [**10**], otteniamo

$$w_{\vec{B}} = \frac{1}{Sl}\frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2Sl}\mu_0\frac{N^2}{l}SI^2 = \frac{1}{2\mu_0}\left(\mu_0\frac{N}{l}I\right)^2.$$

L'espressione che compare tra parentesi è il modulo B del campo magnetico del solenoide. Possiamo quindi scrivere la formula finale:

densità volumica di energia magnetica (J/m³)

modulo del campo magnetico (T)

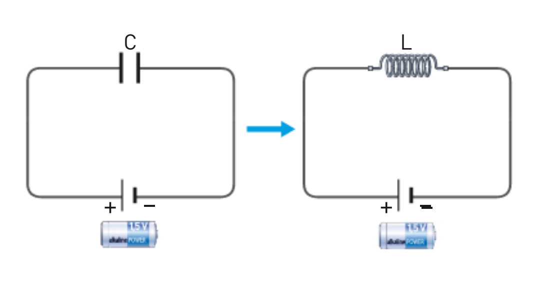
$$w_{\vec{B}} = \frac{1}{2\mu_0}B^2 \qquad [31]$$

permeabilità magnetica del vuoto (N/A²)

Anche se ricavata in un caso particolare, la [**31**] ha validità generale: se in uno spazio vuoto è presente un campo magnetico $\vec{B}$, in quello spazio vi è dell'energia, la cui densità è proporzionale al quadrato del modulo di $\vec{B}$.

PROBLEMA MODELLO 3 SOLENOIDE E CONDENSATORE

Un condensatore da 25 nF viene caricato tramite una batteria da 1,5 V (circuito di sinistra). Poi la stessa batteria viene utilizzata per caricare un solenoide di induttanza pari a 35 mH (circuito di destra).



- **Calcola l'energia immagazzinata nel condensatore (circuito 1).**
- **Determina il valore della corrente che circola nel solenoide, affinché l'energia immagazzinata dal condensatore sia uguale all'energia immagazzinata dal solenoide.**

DATI

Capacità del condensatore: $C = 25 \times 10^{-9}$ F
Differenza di potenziale fornita della batteria: $\Delta V_0 = 1{,}5$ V
Induttanza del solenoide: $L = 35 \times 10^{-3}$ H

INCOGNITE

Intensità di corrente nel solenoide: $\boldsymbol{i} = ?$

L'IDEA

- Durante la carica del condensatore, viene immagazzinata l'energia $W_C = \frac{1}{2} C \Delta V_0^2$. Quando la batteria è utilizzata per alimentare il secondo circuito, in esso circola una corrente che dipende anche dall'induttanza del solenoide. In particolare, nei primi istanti di inserimento della batteria, il solenoide si oppone alla variazione di corrente e poi, una volta raggiunta la condizione di regime, l'energia magnetica immagazzinata dal solenoide è pari a $W_L = \frac{1}{2} L i^2$, dove i rappresenta la corrente che circola nel solenoide a regime.

LA SOLUZIONE

Calcolo l'energia del condensatore.

$$W_C = \frac{1}{2} C \Delta V_0^2 = \frac{(25 \times 10^{-9}\ \text{F}) \times (1{,}5\ \text{V})^2}{2} = 2{,}8 \times 10^{-8}\ \text{J}$$

Uguaglio l'energia immagazzinata nel solenoide a quella immagazzinata nel condensatore.

$W_L = \frac{1}{2} L i^2$ deve essere uguale a W_C, quindi:

$$W_C = W_L$$

Risolvo nell'incognita $\boldsymbol{i}$:

$$\frac{1}{2} C \Delta V_0 = \frac{1}{2} L i^2 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{C \Delta V_0}{L}} = \sqrt{\frac{(25 \times 10^{-9}\ \text{F}) \times (1{,}5\ \text{V})}{(35 \times 10^{-3}\ \text{H})}} = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{A}$$

Corrente indotta

- Si genera in un circuito ogni volta che il flusso del campo magnetico attraverso la superficie che ha per contorno il circuito varia nel tempo.
- La sua intensità dipende dalla rapidità di variazione del flusso del campo attraverso il circuito.

Legge di Faraday-Neumann

$$f_{em} = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

- Afferma che la forza elettromotrice indotta media è data dal rapporto tra la variazione del flusso del campo magnetico e l'intervallo di tempo nel quale avviene, cambiato di segno.

$$f_{em} = -\frac{\mathrm{d}\Phi(\vec{B})}{\mathrm{d}t}$$

- Afferma che la forza elettromotrice indotta istantanea è la derivata rispetto al tempo del flusso di campo magnetico, cambiata di segno.

Legge di Lenz

- Afferma che il verso della corrente indotta è sempre tale da opporsi alla variazione di flusso che la genera.
- Dal punto di vista matematico, è espressa dal segno «meno» nella legge di Faraday-Neumann.

Autoinduzione

- La variazione della corrente in un circuito genera una f_{em} indotta nel circuito stesso.
- Si manifesta, per esempio, ogni volta che si apre o chiude un interruttore.

Induttanza *L* di un circuito

$$\Phi(\vec{B}) = Li$$

- È la costante di proporzionalità tra il flusso del campo magnetico attraverso il circuito e la corrente che fluisce nel circuito stesso.
- La sua unità di misura nel SI è l'henry (H): $1\ \mathrm{H} = 1\ \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}}$.

Induttore

- Elemento circuitale con un induttanza non trascurabile.
- Un esempio è il solenoide, che ha un'induttanza $L = \mu_0\mu_r\frac{N^2}{l}S$.

Circuito *RL*

- È costituito da un generatore di tensione collegato in serie a una resistenza R e a un'induttanza L.
- È caratterizzato da una f_{em} autoindotta $f_{em} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$ (o $f_{em} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ nel caso istantaneo).

Corrente dopo la chiusura

- $i(t) = \frac{f^0_{em}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$: tende al suo valore massimo $I = \frac{f^0_{em}}{R}$ per t che tende all'infinito.

Corrente dopo l'apertura

- $i(t) = \frac{f^0_{em}}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$: dal suo valore massimo $I = \frac{f^0_{em}}{R}$ tende a 0 per t che tende all'infinito.

Mutua induttanza *M* (o coefficiente di mutua induzione)

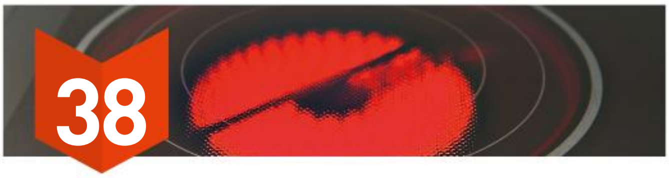
- $f^{1\to 2}_{em} = -M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$ e $f^{2\to 1}_{em} = -M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$: mette in relazione la corrente i_1 del primo circuito con il corrispondente flusso $\Phi_2(\vec{B}_1)$ attraverso il secondo e, viceversa, la corrente i_2 del secondo con il flusso $\Phi_1(\vec{B}_2)$ prodotto da i_2 attraverso il primo.
- La sua unità di misura nel SI è l'henry (H).

Energia immagazzinata in un induttore

- $W_L = \frac{1}{2}LI^2$: è uguale al lavoro che il generatore deve compiere per portare la corrente al valore I di regime.

Densità di energia del campo magnetico

- $w_{\vec{B}} = \frac{1}{2\mu_0}B^2$: è il rapporto tra l'energia immagazzinata in un solenoide e il suo volume interno.



L'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

1 LA CORRENTE INDOTTA

DOMANDE

1 **APPLICA I CONCETTI** Una spira formata da filo conduttore flessibile è posta in un campo magnetico.

- Descrivi tre modi per indurre nella spira una corrente elettrica.

2 **COSA SUCCEDE SE** Una calamita viene inserita prima come nella figura 1, poi come nella figura 2, cioè coi poli magnetici invertiti. Cosa succede al flusso del campo magnetico attraverso la superficie della spira?

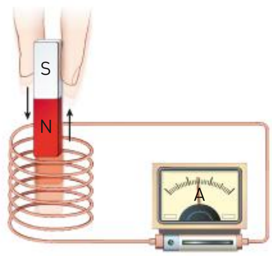


figura 1

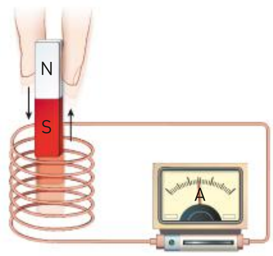


figura 2

PROBLEMI

3 ★★★ Una spira circolare ha un'area di 12,6 cm² ed è immersa in un campo magnetico di 0,0060 T le cui linee di campo sono perpendicolari alla superficie della spira.

- Calcola il flusso del campo magnetico attraverso la spira.
- La spira compie una rotazione di 30° rispetto alla posizione precedente. Calcola il nuovo valore del flusso del campo magnetico.

[$7{,}6 \times 10^{-6}$ Wb; $6{,}5 \times 10^{-6}$ Wb]

4 ★★★ Un circuito quadrato di lato 10 cm è immerso in un campo magnetico. Le linee del campo formano un angolo di 45° con il piano della spira. In questa posizione il flusso del campo attraverso la superficie è di $7{,}5 \times 10^{-3}$ Wb.

- Calcola il campo magnetico che genera il flusso.

[1,1 T]

5 **PROBLEMA IN PIÙ**
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. **264 PDF**
→ nell'eBook

6 ★★★ Una spira conduttrice circolare di raggio 2,4 cm è immersa in un campo magnetico uniforme di 90 μT, inizialmente perpendicolare al piano della spira. Successivamente la spira ruota intorno al suo diametro con una velocità angolare costante di 10 rad/s. Considera un intervallo di tempo di 0,010 s.

- Calcola il valore del flusso finale del campo magnetico attraverso la spira.

[$1{,}6 \times 10^{-7}$ Wb]

7 ★★★ Il campo magnetico continuo più intenso è prodotto in Florida (USA) con valore di $B_L = 45$ T, cioè circa sei ordini di grandezza maggiore del campo magnetico medio presente sulla Terra, pari a $B_T = 40$ μT. Calcola:

- il flusso massimo dei due campi magnetici attraverso una spira quadrata di 5,2 cm di lato;
- l'angolo tra la perpendicolare al piano della spira e il campo $\vec{B}_L$ che produce un flusso uguale a quello massimo del campo magnetico terrestre su una bobina di $1{,}0 \times 10^5$ avvolgimenti (considera l'area della spira uguale all'area della bobina).

[0,12 Wb; $1{,}1 \times 10^{-7}$ Wb; 85°]

8 ★★★ Francesca introduce una calamita parallelamente all'asse di un anello di rame di diametro 1,65 cm. La calamita produce un campo magnetico massimo di 0,33 mT.

- Quanto vale il flusso massimo?
- Di quanto Francesca deve inclinare la calamita per ottenere un flusso pari al 70% del flusso massimo?
- In seguito Francesca prende altre due calamite uguali alla prima e a fatica le avvicina: di quanto deve ruotare la spira per mantenere costante il flusso pari al valore massimo?

[$7{,}1 \times 10^{-8}$ Wb; 46°; 71°]

2 LA LEGGE DI FARADAY-NEUMANN

DOMANDE

9 **APPLICA I CONCETTI** Hai a disposizione un campo magnetico uniforme e una matassa di filo conduttore. In che modo puoi utilizzarli per aumentare la forza elettromotrice indotta?

10 **PENSACI BENE** Un magnete rettangolare cade a terra, dove si trova un grosso anello di materiale conduttore. La lunghezza del magnete è parallela alla direzione del moto.

- Il magnete cadendo sull'anello si muove con l'accelerazione di un corpo in caduta? (Trascura la resistenza dell'aria.)

PROBLEMI

PROBLEMA MODELLO 1
Una batteria invisibile
→ a pag. **1339**

11 ★★★ The flux of the electromagnetic field through a circuit of resistance 37 Ω rises from 3.1 Wb to 10.5 Wb in 20 s.

▶ Calculate the average electromotive force (emf) and the average current through the circuit during this time lapse.

[0.37 V; 0.01 A]

12 ★★★ Una spira circolare di raggio 2,5 cm è immersa in un campo magnetico di modulo 0,15 T. All'inizio è posta perpendicolarmente alle linee di campo. Successivamente subisce una rotazione di 30°. La rotazione avviene in 10 s.

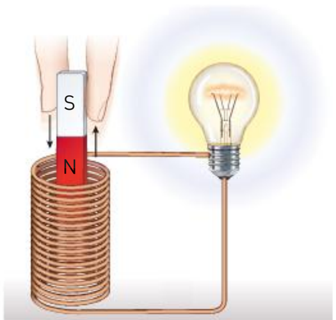
▶ Calcola la variazione del flusso del campo magnetico.

▶ Calcola la forza elettromagnetica indotta.

[$-3{,}9 \times 10^{-5}$ Wb; $3{,}9 \times 10^{-6}$ V]

13 ★★★ Una bobina è composta da 35 spire, di raggio 2,0 cm, ed è collegata a un circuito che non contiene un generatore. Avvicinando e allontanando una calamita, il campo magnetico medio sulla superficie della bobina varia di 5,8 mT. La calamita viene spostata vicino e poi lontano dalla bobina quattro volte al secondo.

▶ Calcola il modulo della forza elettromotrice media indotta nel circuito da tale variazione di flusso.



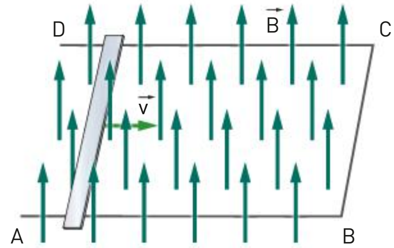
[$1{,}0 \times 10^{-3}$ V]

14 ★★★ Considera una bobina posta nelle stesse condizioni sperimentali dell'esercizio precedente, composta da un numero diverso di spire di uguale area, e in grado di produrre una forza elettromotrice di 0,45 V.

▶ Da quante spire è formata?

[$1{,}5 \times 10^{4}$]

15 ★★★ Una sbarra conduttrice chiude un circuito a forma di *U*, immerso in un campo magnetico di intensità 0,40 T diretto perpendicolarmente alla superficie del circuito, come nella figura. La sbarra viene spostata verso destra, a partire dalla posizione *AD*, alla velocità di 3,0 cm/s. *AB* misura $2{,}0 \times 10^{-1}$ m e il lato *BC* misura $1{,}0 \times 10^{-1}$ m. La sbarra si muove per un intervallo di tempo di 3,0 s. Il circuito ha una resistenza di 5,0 Ω.



▶ Calcola la variazione di flusso nell'intervallo di tempo dato.

▶ Calcola l'intensità di corrente che circola nel circuito a causa dello spostamento della sbarra.

[$3{,}6 \times 10^{-3}$ Wb; $2{,}4 \times 10^{-4}$ A]

16 ★★★ L'Airbus A380 è uno dei più grandi aerei di linea, con una lunghezza di 72,27 m e un'apertura alare di 79,75 m. Può raggiungere la velocità massima di 1176 km/h e trasportare fino a 853 persone. Quando vola nel campo magnetico terrestre (che ha valore massimo ai poli $B_p = 0{,}06$ mT e valore minimo all'equatore $B_p = 0{,}03$ mT) si produce una differenza di potenziale tra le estremità delle ali.

▶ Considera il campo magnetico della Terra simile a quello di una calamita, con i poli magnetici posizionati ai poli geografici: descrivi la situazione che rende massima la differenza di potenziale tra le ali.

▶ Calcola la differenza di potenziale in questo caso.

[1,6 V]

17 ★★★ **CON LE DERIVATE** Una spira circolare di rame di raggio 5,0 cm e resistenza per unità di lunghezza $\rho = 12$ Ω/m, si trova nel centro di una seconda spira di raggio molto grande che genera un campo magnetico uniforme e variabile nel tempo secondo la legge $B(t) = B_0 + B_1 \cos(\omega t + \varphi_0)$, dove $B_0 = 0{,}50$ T, $B_1 = 0{,}22$ T e $\omega = 230$ rad/s.

▶ Determina la massima intensità di corrente che scorre nella spira.

▶ Vuoi raddoppiare la corrente massima: quale deve essere il raggio della spira di rame?

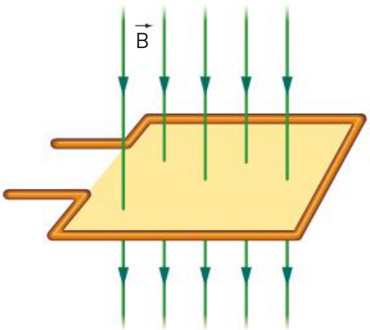
[0,11 A; 10 cm]

18 **PROBLEMA IN PIÙ**
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. **264 PDF**
→ nell'eBook

3 LA LEGGE DI LENZ

DOMANDE

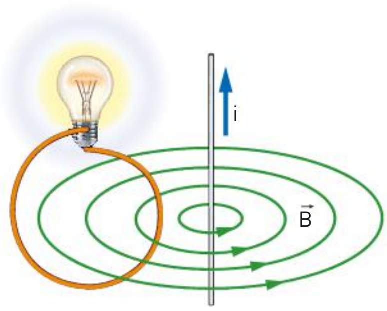
19 **APPLICA I CONCETTI** Il valore del campo magnetico nella figura a pagina seguente aumenta nel tempo.



▶ Indica il verso del campo magnetico indotto e quello della corrente indotta.

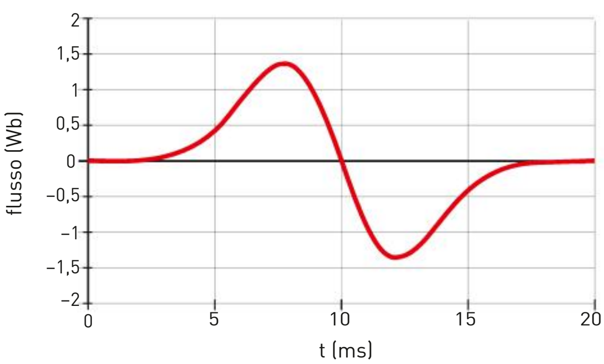
▶ Cambia qualcosa se il campo esterno diminuisce nel tempo?

20 **PENSACI BENE** La corrente che fluisce nel filo rettilineo della figura diminuisce nel tempo.



▶ Qual è il verso della corrente indotta nella spira circolare a sinistra del filo?

21 **PENSACI BENE** Luca inserisce una calamita all'interno di una bobina ed osserva il grafico del flusso del campo magnetico in funzione del tempo.

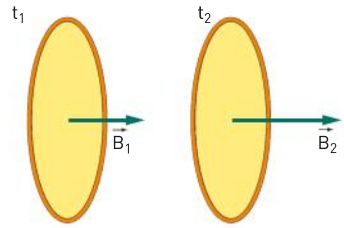


▶ Disegna l'andamento qualitativo della tensione e aiutati approssimando la curva con una spezzata.

▶ Quante volte si inverte il senso della corrente indotta?

PROBLEMI

22 ★★★ Una spira metallica di area pari a 31 cm² è inserita in un campo magnetico che varia di 0,18 T in 1,0 s. Nella figura è disegnata la situazione della spira nel campo in due istanti successivi.



▶ Calcola il valore della forza elettromotrice indotta.

▶ Disegna direzione e verso del campo magnetico indotto.

▶ Indica il verso della corrente indotta nella spira dalla variazione di flusso.

[$5{,}6 \times 10^{-4}$ V]

23 ★★★ **CON LE DERIVATE** In una prova di laboratorio Federica deve verificare la legge di Lenz. Sul banco di lavoro ha collegato in serie una resistenza R, un condensatore C e una batteria V_0. Al centro del circuito è posizionata una spira conduttrice circolare di raggio r, così quando Federica stacca la batteria dal circuito il condensatore si scarica generando una corrente indotta nella spira.

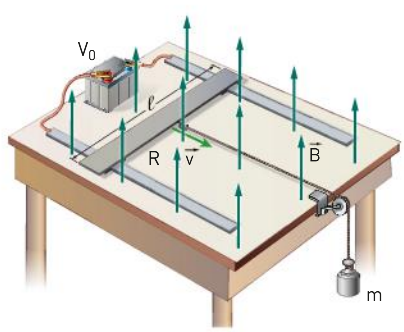
▶ Determina l'espressione della forza elettromotrice indotta nella spira. Per semplicità supponi che il campo magnetico che attraversa la superficie della spira sia perpendicolare al tavolo e abbia modulo $B = ki(t)$, dove k è una costante, e $i(t)$ è la corrente che circola nel circuito RC.

▶ Determina direzione e verso del campo magnetico indotto in base al verso di circolazione della corrente.

▶ Qual è il verso della corrente indotta nella spira?

$\left[\dfrac{k i_0 \pi r^2}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}\right]$

24 ★★★ Su un piano orizzontale sono posti due binari rettilinei paralleli di resistenza trascurabile e collegati a un generatore che fornisce una differenza di potenziale $V_0 = 101$ V. Su di essi è libera di muoversi una sbarra di lunghezza $l = 1{,}0$ m e resistenza $R = 10\ \Omega$ perpendicolare ai binari. La sbarra è collegata, tramite una corda inestensibile e di massa trascurabile che scorre su una carrucola, a un corpo di massa $m = 102$ g che muovendosi verso il basso sotto l'azione della sua forzapeso tende a tirare la sbarra facendola scivolare sui binari. Tutto il sistema è immerso in un campo magnetico $B = 10$ T uniforme, costante e perpendicolare al piano delle rotaie. Trascura tutti gli attriti e la resistenza dei binari.



- Calcola la velocità di regime della sbarra.

[10 m/s]

4 L'AUTOINDUZIONE E LA MUTUA INDUZIONE

DOMANDE

25 **APPLICA I CONCETTI** Che significato fisico si può attribuire al termine R/L nella formula della corrente che fluisce in un circuito RL dopo la chiusura dell'interruttore?

26 **PENSACI BENE** Cosa rappresenta il coefficiente di autoinduzione di un circuito?

27 **COSA SUCCEDE SE** Vogliamo studiare qualitativamente il coefficiente di mutua induzione tra due circuiti circolari molto vicini. Cosa succede se i loro assi sono paralleli? E se sono perpendicolari?

28 **APPLICA I CONCETTI** Il coefficiente di autoinduzione L di una bobina dipende dall'intensità di corrente che attraversa la bobina? Se no, da cosa dipende?

PROBLEMI

PROBLEMA MODELLO 2
Apertura dell'interruttore
→ a pag. 1350

29 - 30 **PROBLEMI IN PIÙ**
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. 264 PDF
→ nell'eBook

31 ★★★ Per una spira di materiale superconduttore, che ha resistenza elettrica $R = 0$, l'equazione $f_{em} = Ri$ diventa $f_{em} = 0$ e la legge di Faraday-Neumann di conseguenza, assume la forma $\Delta\Phi(\vec{B}) = 0$. Quest'ultima equazione dice che il flusso del campo magnetico totale attraverso la superficie delimitata dalla spira è costante.

- Alla spira, che ha induttanza L e inizialmente non è percorsa da corrente, viene avvicinata una calamita, in modo che il flusso del campo magnetico esterno subisca una variazione $\Delta\Phi_0$: qual è, alla fine, l'intensità i della corrente indotta che circola nella spira?
- Qual è il verso del campo magnetico generato dalla corrente indotta in relazione al campo esterno? Perché, secondo te, si dice che la spira superconduttrice è «perfettamente diamagnetica»?

32 ★★★ Una coppia di circuiti ha un coefficiente di mutua induzione di 35 mH. All'inizio, la corrente che scorre nel primo circuito ha un'intensità di 0,85 A. In seguito, l'intensità della corrente aumenta fino a 1,8 A in 4,5 s.

- Calcola la variazione del flusso magnetico relativo al secondo circuito.
- Calcola la forza elettromotrice indotta nel secondo circuito.

[$3{,}0 \times 10^{-2}$ Wb; $-7{,}4$ mV]

33 ★★★ Un circuito RL contiene un generatore con una forza elettromotrice di 10 V, una resistenza da 6,2 Ω e una bobina con induttanza 1,5 H.

- Calcola il valore i_0 della corrente quando si chiude il circuito.
- Calcola dopo quanto tempo dall'apertura del circuito l'intensità della corrente è il 10% di i_0.
- Determina il valore di i dopo un tempo $t = L/R$.

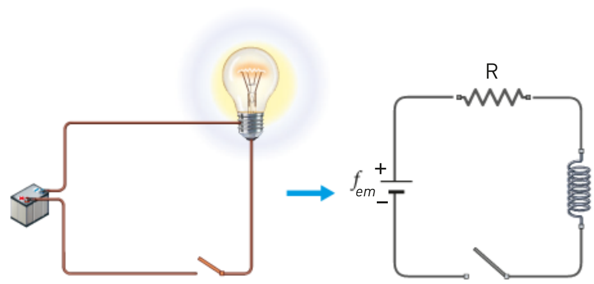
[1,6 A; 0,56 s; $i = i_0/e$]

34 ★★★ In un circuito con coefficiente di autoinduzione di 0,43 H, la corrente elettrica varia linearmente da 30 mA a 55 mA per mezzo di una resistenza variabile in un intervallo di tempo di 2,5 s.

- Calcola la forza elettromotrice media indotta.
- Qual è il significato del segno che si è ottenuto nel risultato?

[$-4{,}3 \times 10^{-3}$ V]

35 ★★★ **CON LE DERIVATE** Quando Andrea spegne la luce della sua camera per andare a dormire, azionando l'interruttore apre il circuito che porta corrente alla lampadina. La resistenza della lampada è $R = 4{,}0$ Ω, il coefficiente di autoinduzione del circuito è $L = 0{,}16$ H e la tensione che alimenta la lampada è pari a $V_0 = 24$ V(considerala continua).



- Ricava l'espressione analitica della f_{em} indotta.
- Calcola la f_{em} indotta dopo 0,040 s.

[$V_0 e^{-\frac{R}{L}t}$; 8,8 V]

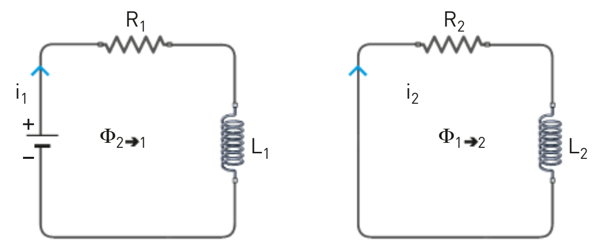
36 ★★★ Nell'esercizio precedente si vede che la corrente nel circuito non si annulla istantaneamente, ma decresce esponenzialmente.

- Determina quante costanti di tempo induttive sono necessarie affinché la corrente che circola nel circuito si riduca al 10% e allo 0,50% rispetto a quella che si aveva a circuito chiuso.

▶ Calcola gli istanti di tempo corrispondenti.

[2,3; 5,3; 0,092 s; 0,21 s]

37 ★★★ Nel circuito di sinistra scorre una corrente $i_1 = 0{,}345$ A che genera il campo magnetico di valore B_1. Il flusso di $\vec{B}_1$ concatenato con il circuito 2 è $\Phi_{1\to2} = 233$ mWb. Il flusso di $\vec{B}_1$ concatenato col circuito 1 vale $\Phi_1 = 850$ mWb.



▶ Calcola il coefficiente di mutua induzione dei due circuiti.

▶ Calcola il coefficiente di autoinduzione del primo circuito.

▶ Quanto vale la corrente indotta i_2 se essa provoca nel circuito 1 un flusso $\Phi_{2\to1} = 0{,}21$ mWb?

[0,675 H; 2,46 H; $3{,}11 \times 10^{-4}$ A]

38 ★★★ Un solenoide è ottenuto avvolgendo un filo di rame di resistenza per metro pari a 1,2 kΩ/m intorno a un cilindro di raggio 1,0 cm. Il solenoide è costituito da 100 avvolgimenti ed è lungo 11 cm.

▶ Calcola la resistenza del solenoide e il suo coefficiente di autoinduzione.

▶ Fabbrichi un solenoide di 200 spire lungo il doppio utilizzando lo stesso filo di rame e lo stesso cilindro per sagomarlo: quali sarebbero la sua resistenza e la sua induttanza?

[$7{,}6 \times 10^3$ Ω; $3{,}6 \times 10^{-5}$ H; $1{,}5 \times 10^4$ Ω; $7{,}2 \times 10^{-5}$ H]

5 ENERGIA E DENSITÀ DI ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO

DOMANDE

39 **PENSACI BENE** La corrente che percorre un solenoide raddoppia il suo valore: come varia la densità volumica di energia magnetica nel solenoide?

40 **PENSACI BENE** Perché alla chiusura di un circuito, che contiene un'induttanza L, viene immagazzinata l'energia $\frac{1}{2}Li^2 t$?

PROBLEMI

PROBLEMA MODELLO 3
Solenoide e condensatore
→ a pag. 1354

41 - 42 **PROBLEMI IN PIÙ**
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. 264 PDF
→ nell'eBook

43 ★★★ In un solenoide che ha 600 spire viene fatta scorrere una corrente di 300 mA. Le spire sono avvolte su un supporto cilindrico isolante di raggio 2,25 cm e lunghezza 20,5 cm.

▶ Calcola l'energia immagazzinata dal campo.

▶ Calcola la densità di energia nello spazio interno al solenoide.

[$1{,}58 \times 10^{-4}$ J; 0,484 J/m³]

44 ★★★ Un filo rettilineo è percorso da una corrente di 1,5 A. Un ago magnetico è posto nel vuoto a una distanza di 10 cm dal filo.

▶ Calcola la densità di energia del campo magnetico nel punto in cui si trova l'ago magnetico.

[$3{,}6 \times 10^{-7}$ J/m³]

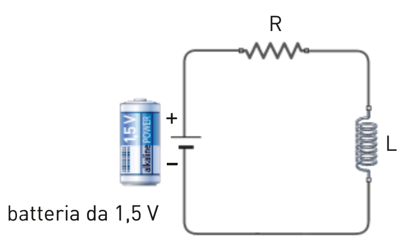
45 ★★★ Un solenoide è composto da 100 spire di raggio 2,0 cm e misura 8,0 cm di lunghezza. Un secondo solenoide, lungo il doppio, è composto da 200 spire di 1,0 cm di raggio. Supponi che entrambi siano attraversati dalla stessa corrente.

▶ Quale dei due può immagazzinare la quantità di energia maggiore?

▶ Quale dei due ha una densità di energia maggiore?

[Primo; Uguale]

46 ★★★ Nel circuito RL in figura scorre una corrente a regime di 80 mA con una batteria da 1,5 V. Quando viene aperto il circuito la corrente si riduce di un fattore $1/e$ dopo 22 ms.



▶ Calcola l'energia immagazzinata nell'induttanza.

[$1{,}3 \times 10^{-3}$ J]

47 ★★★ Un solenoide è lungo 9,50 cm e ha una sezione di area $7{,}5 \times 10^{-5}$ m². Per ogni metro di lunghezza, contiene 5000 avvolgimenti. In un intervallo di tempo di 0,50 s, la corrente passa da un'intensità di 3,5 A a una intensità di 1,5 A.

- Calcola la forza elettromotrice indotta nell'intervallo di tempo considerato.

- A seguito di questa diminuzione di intensità di corrente, calcola la variazione percentuale della densità volumica di energia magnetica.

[$8{,}8 \times 10^{-4}$ V; 82%]

PROBLEMI GENERALI

1 ★★★ Una bobina di $N = 10$ spire è posta in un elettromagnete il cui campo, partendo da zero, aumenta fino a raggiungere il valore $B_0 = 1$ T in un tempo $\Delta t = 10$ s. La bobina ha un'area di 100 cm², una resistenza $R = 0{,}5\ \Omega$, ed è orientata perpendicolarmente al campo magnetico. Si calcoli:

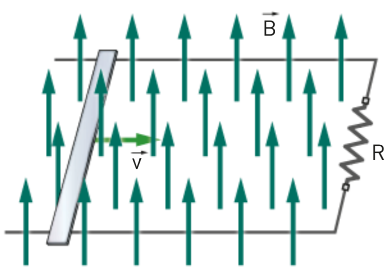
- la f.e.m. media indotta nella bobina.
- la corrente indotta nella bobina.
- l'energia totale dissipata nel filo nell'intervallo di tempo Δt.

(*Esame di Fisica, Corso di laurea in Scienze biologiche, Università di Genova*, 2009/2010)

[10^{-2} V; 20 mA; 2×10^{-3} J]

2 ★★★ Una sbarretta conduttrice scorre su due guide metalliche parallele appoggiate sopra un piano orizzontale e si muove con velocità costante di 20 cm/s, trainata da una forza esterna di 2,0 mN. Le guide distano tra di loro 20 cm e sono collegate da un conduttore di resistenza $R = 2{,}0\ \Omega$. La sbarretta si muove in un campo magnetico di intensità 0,50 T, perpendicolare al piano e orientato come nella figura. Calcola:

- la forza elettromotrice indotta agli estremi della sbarretta.
- l'intensità di corrente che l'attraversa.
- la forza di attrito che agisce sulla sbarretta.



(*Modificato da Maturità scientifica* 1997)

[20 mV; 10 mA; 1,0 mN]

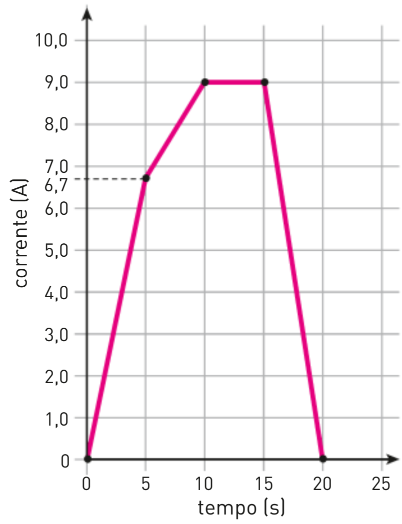
3 ★★★ Un circuito *RL* in serie presenta una resistenza di valore 50 Ω e un'induttanza di 75 mH. Al circuito è collegato un generatore con una forza elettromotrice di 4,5 V e un interruttore aperto. Quando l'interruttore è chiuso la corrente raggiunge in un dato istante il valore di 0,38 mA. Calcola:

- il tempo necessario affinché la corrente raggiunga questo valore;
- l'energia accumulata nell'induttanza quando la corrente assume il suo valore massimo.

[6,3 µs; $3{,}0 \times 10^{-4}$ J]

4 ★★★ Una bobina con induttanza 0,20 H è attraversata da una corrente che varia nel tempo secondo il grafico della figura. Considera intervalli di tempo di 5 secondi. Calcola:

- la forza elettromotrice autoindotta nei singoli intervalli di tempo.
- la forza elettromotrice media nei primi 15 s.



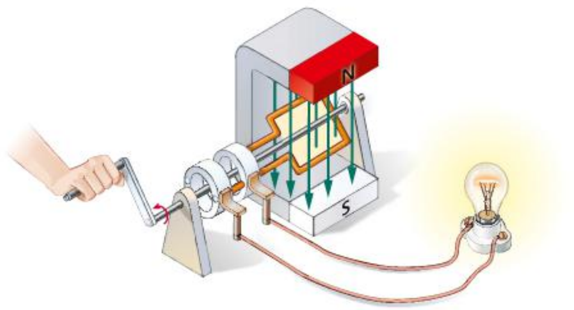
[$-2{,}7 \times 10^{-1}$ V; $-9{,}2 \times 10^{-2}$ V; 0 V; $3{,}6 \times 10^{-1}$ V; $-1{,}2 \times 10^{-1}$ V]

5 ★★★ Il pickup (o fonorivelatore) di una chitarra elettrica è un dispositivo in grado di convertire le vibrazioni delle corde in impulsi elettrici. È formato da una bobina di rame avvolta attorno a un magnete permanente. Supponi che la bobina abbia 50 spire, ognuna di raggio 1,5 mm, per una lunghezza di 2,2 cm e che la corrente vari tra i due valori estremi di 100 mA e 550 mA in 10 ms. Calcola:

- il valore dell'induttanza dell'avvolgimento;
- il modulo della forza elettromotrice indotta nella bobina.

[$1{,}0 \times 10^{-6}$ H; $4{,}5 \times 10^{-5}$ V]

6 ★★★ **CON LE DERIVATE E GLI INTEGRALI** Una spira quadrata di lato 12 cm e resistenza di 5,0 Ω è immersa in un campo magnetico uniforme di 0,23 T. Al tempo $t = 0$ s, il piano individuato dalla spira è perpendicolare al campo magnetico.



▶ Calcola la carica totale che fluisce nella spira in mezzo giro, cioè tra $t = 0$ s e $t = \pi/\omega$.

[1,3 mC]

7 ★★★ La risonanza magnetica nucleare è una tecnica molto utilizzata nella diagnostica medica. Per eseguirla serve un campo magnetico costante e molto intenso, dell'ordine di 0,5 T. Come mostra la figura, per ottenere il campo magnetico desiderato si impiega un solenoide piuttosto grande, di raggio 30 cm e lunghezza 80 cm.

Jan Ainali/Wikimedia

▶ Determina il numero minimo di spire del solenoide affinché la corrente che vi circola non superi i 100 A.

▶ Calcola il valore dell'induttanza del solenoide.

▶ Determina l'energia magnetica immagazzinata nel solenoide.

[$3{,}2 \times 10^3$; 4,5 H; $2{,}3 \times 10^4$ J]

8 - 13 **PROBLEMI GENERALI IN PIÙ**

→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. **264 PDF**
→ nell'eBook

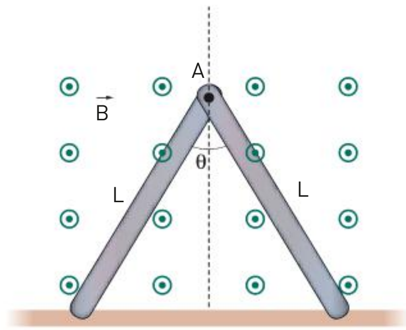
14 ★★★ Due solenoidi sono concentrici, ossia sono infilati uno dentro l'altro e hanno lo stesso asse. Il primo, più esterno, ha 50 spire per ogni centimetro di lunghezza ed è percorso da una corrente di 1,5 A. Il secondo, all'interno, ha $4{,}0 \times 10^2$ spire, ognuna di area 10 cm^2. La corrente che circola nel primo solenoide subisce una variazione e si riduce di un terzo in un centesimo di secondo. In questo modo varia il flusso di campo magnetico nel solenoide interno.

▶ Calcola il valore della forza elettromotrice indotta nel solenoide interno.

▶ Stabilisci, tramite la legge di Lenz, il verso della corrente indotta nel secondo solenoide rispetto a quello della corrente nel primo solenoide.

[$1{,}2 \times 10^{-1}$ V]

15 ★★★ Due sottili sbarrette conduttrici, di lunghezza $L = 10$ cm e resistenza complessiva R, sono incernierate nel punto A mentre gli altri due estremi liberi delle sbarrette possono scorrere senza attrito lungo una sottile asta di resistenza trascurabile. Il circuito ha la forma di un triangolo isoscele con angolo nel vertice A che può variare nel tempo seguendo la formula $\theta = \alpha t$ con $\alpha = (\pi/6)\text{s}^{-1}$. Al tempo $t = 1{,}0$ s viene acceso un campo magnetico $B = 0{,}64$ T uniforme e costante, diretto perpendicolarmente al piano del triangolo. A tempo $t = 2{,}0$ s la corrente che circola nel triangolo ha intensità $i = 1{,}6$ mA.



▶ Calcola la resistenza totale R delle due sbarrette.

[0,52 Ω]

TEST

1 È possibile che si abbia una corrente in un circuito conduttore chiuso, ma privo di un generatore?

A Non è possibile.

B È possibile se il circuito è in movimento.

C È possibile se il circuito è accelerato.

D È possibile se il circuito è immerso in un campo magnetico variabile.

2 In base all'espressione algebrica della legge di Faraday-Neumann, possiamo affermare che il tesla può essere espresso come:

A $\frac{\text{V m}^2}{\text{s}}$

B V s

C $\frac{\text{V s}}{\text{m}^2}$

D $\frac{\text{V s}}{\text{m}}$

3 L'unità di misura del flusso di campo magnetico è:

A Weber.

B Tesla.

C Newton.

D Henry.

4 Dal punto di vista matematico, la legge di Lenz è espressa:

A dalla definizione del flusso di campo magnetico attraverso una superficie.

B dal segno meno che compare nella legge di Faraday–Neumann.

C dal termine $\Delta\Phi$ che compare nella legge di Faraday–Neumann.

D dal denominatore Δt che compare nella legge di Faraday–Neumann.

5 Le correnti di Foucault si generano:

A in un blocco di una sostanza conduttrice che si trova in un campo magnetico variabile.

B in un blocco di una sostanza isolante che si trova in un campo magnetico variabile.

C in un blocco di una sostanza conduttrice che si trova in un campo magnetico costante.

D in un blocco di una sostanza isolante che si trova in un campo magnetico costante.

6 Il coefficiente di mutua induzione M di due circuiti è il fattore di proporzionalità:

A diretta tra il flusso del campo magnetico nel circuito indotto e la corrente che fluisce nel circuito induttore.

B inversa tra il flusso del campo magnetico nel circuito indotto e la corrente che fluisce nel circuito induttore.

C diretta tra la forza elettromotrice e la velocità con cui varia la corrente indotta.

D inversa tra la forza elettromotrice e la velocità con cui varia la corrente indotta.

7 Quando la corrente che attraversa una bobina aumenta, la sua forza elettromotrice autoindotta:

A può essere sia positiva che negativa.

B può essere nulla.

C è positiva.

D è negativa.

8 Il campo magnetico generato da una corrente indotta in una spira:

A ha verso sempre opposto a quello del campo magnetico esterno.

B ha verso sempre concorde a quello del campo magnetico esterno.

C è perpendicolare alla direzione del campo magnetico esterno.

D può avere sia verso uguale che opposto a quello del campo magnetico esterno.

9 La variazione del flusso di un campo magnetico attraverso un circuito vale 0,10 Wb e ha una durata di 0,50 s. La corrente indotta nel circuito è di 10 mA. Quanto vale la resistenza del circuito?

A $20 \times 10^{-3}\ \Omega$

B $500\ \Omega$

C $0{,}20\ \Omega$

D $20\ \Omega$

10 Una spira di rame è posata sul pavimento. Uno sperimentatore tiene in mano una calamita a forma di barra e ne avvicina il polo nord alla spira con movimento verticale. Si può prevedere che durante il movimento della calamita:

A nella spira circolerà corrente.

B il campo magnetico indotto nella spira sarà tale da attrarre la calamita.

C si creerà una corrente indotta se e solo se lo sperimentatore avrà cura di seguire le linee del campo magnetico terrestre.

D gli effetti elettromagnetici saranno trascurabili perché il rame non è un materiale ferromagnetico.

E la spira verrà attirata dalla calamita.

Test di ammissione Medicina e Chirurgia 2012/2013

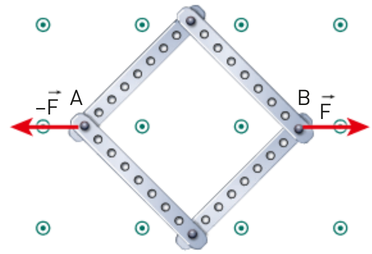
VERSO L'ESAME

1 QUESITO

Quattro barrette metalliche sono unite vicino alle loro estremità in modo da formare un circuito chiuso a forma di quadrato, che a sua volta è inserito in un campo magnetico perpendicolare al quadrato stesso e che, come mostra la figura, ha verso uscente dalla pagina.

I due estremi A e B di una diagonale del quadrato sono tirati verso l'esterno da due forze uguali e opposte, in modo da allungare la forma della figura.

Utilizza sia la forza di Lorentz, sia la legge di Lenz per determinare il verso della corrente indotta presente nel circuito e mostra che, nei due casi, si ottiene la stessa risposta.



2 QUESITO

Un solenoide lungo 38 cm e formato da 400 spire è percorso da una corrente di intensità pari a 2,4 A. Quando al suo interno c'è aria esso immagazzina 0,20 mJ di energia.

▶ Calcola il raggio r del solenoide.

[6,5 mm]

3 PROBLEMA — IN UN'ORA

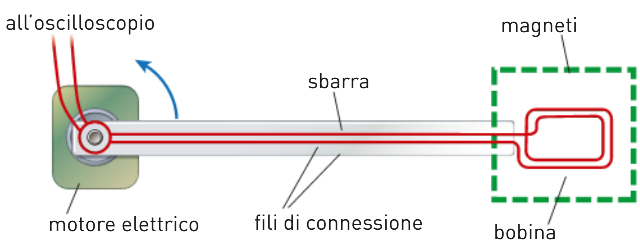
Un solenoide di resistenza trascurabile e induttanza L è collegato a un generatore con una forza elettromotrice $f_{em} = 1{,}4$ V e a un resistore con resistenza R. Dopo un tempo $t_1 = 0{,}032$ s dalla connessione la corrente istantanea nel circuito vale $i_1 = 0{,}28$ A, mentre il valore limite a cui la corrente si porta è $i_0 = 0{,}61$ A. Determina:

1. il valore di R;
2. il valore di L e quello dell'energia finale W_L immagazzinata nel campo magnetico del solenoide;
3. a quale tempo t_2 dopo la chiusura del circuito la corrente istantanea ha intensità $i_2 = 0{,}33$ A;
4. quanto vale l'energia totale dissipata nel resistore durante la successiva fase di apertura del circuito.

[2,3 Ω; 0,12 H, $2{,}2 \times 10^{-2}$ J; $4{,}1 \times 10^{-2}$ s; $2{,}2 \times 10^{-2}$ J]

4 PROBLEMA SULLE COMPETENZE — IN UN'ORA

Il tecnico di laboratorio della tua scuola ti chiede di valutare la fattibilità di un progetto per costruire un magnetometro che sfrutta la legge di Faraday-Neumann. La scuola ha a disposizione un motore elettrico in corrente continua che fa girare, in un piano orizzontale, una sbarra di metallo. Al termine della sbarra si può saldare una bobina formata da spire di forma rettangolare, ciascuna con il lato parallelo alla sbarra di lunghezza $L = 8{,}0$ cm e l'altro lungo $l = 5{,}0$ cm. La sbarra è lunga $R = 86$ cm e il suo periodo di rotazione vale $T = 3{,}2$ s.



La bobina deve passare tra i poli orizzontali di due magneti affacciati, in modo da misurare il valore del campo magnetico presente tra di essi. I poli magnetici sono quadrati e hanno il lato di 20 cm; quando la bobina è al centro dello spazio tra i magneti, i lati del contorno della bobina sono paralleli ai corrispondenti spigoli dei magneti. Il campo magnetico $\vec{B}$ che essi generano si può considerare uniforme e, secondo il tecnico, è compreso tra 3×10^{-3} T e 8×10^{-3} T.

La bobina è collegata a un oscilloscopio digitale mediante due fili che prima corrono lungo la sbarra e poi escono verso l'oscilloscopio **(FIGURA)**. L'oscilloscopio rileva direttamente la forza elettromotrice indotta nella bobina dalle variazioni di campo magnetico.

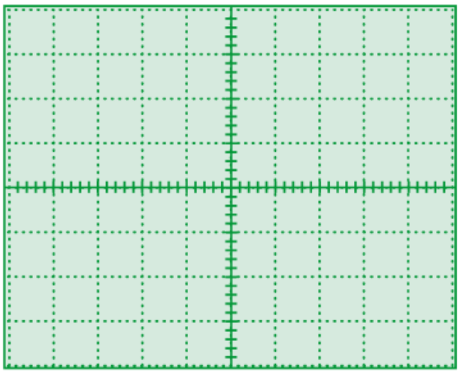
a. Giustifica il fatto che, all'interno del campo magnetico, il moto della bobina si può considerare rettilineo uniforme.

b. Dai una stima del tempo necessario perché la bobina passi dalla zona in cui il campo magnetico è trascurabile e quella dove è presente il campo $\vec{B}$ da misurare.

c. Determina qualitativamente quale segnale viene mostrato sull'oscilloscopio nelle tre fasi in cui: 1) la bobina entra nel campo $\vec{B}$; 2) la bobina si muove nel campo; 3) la bobina esce dal campo magnetico. Disegna nella maniera più semplice e idealizzata la forma del grafico che si può vedere sull'oscilloscopio dopo il completamento di queste tre fasi.

d. L'oscilloscopio riporta una griglia cartesiana con la forza elettromotrice indotta in ordinate e il tempo in ascisse. Come mostra la figura, la griglia ha 8 divisioni verticali, ciascuna delle quali contiene a sua volta 5 sottodivisioni. L'oscilloscopio può essere settato in modo che ciascuna delle divisioni grandi corrisponda a 0,10 V.

Calcola qual è il numero N di spire che deve avere la bobina perché il segnale che corrisponde al massimo valore ipotizzato di $\vec{B}$ sia compreso tra la terza e la quarta delle divisioni grandi del display (prendendo come base di partenza la retta corrispondente all'asse delle ascisse).



[$\approx 0{,}12$ s; $2{,}8 \times 10^2 < N < 3{,}7 \times 10^2$]

RUBRICA DI VALUTAZIONE DEL PROBLEMA SULLE COMPETENZE

		Risposta o giustificazione				
		Non risponde	Sbagliata	Incompleta	Completa con errori	Completa e corretta
Punteggio		1	4	7	11	15
Richiesta	**Competenza prevalente**					
a	3 Interpretare e/o elaborare	☐	☐	☐	☐	☐
b	2 Formalizzare	☐	☐	☐	☐	☐
c	1 Esaminare	☐	☐	☐	☐	☐
d	2 Formalizzare	☐	☐	☐	☐	☐

	Assente	Pessima	Carente	Apprezzabile	Completa e accurata
Punteggio	1	4	7	11	15
Descrizione del processo risolutivo adottato	☐	☐	☐	☐	☐

Punteggio: $\frac{\dots}{75} = \frac{\dots}{15}$