111 $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 2x & x+2 \end{vmatrix}$ $[x^2]$

112 $\begin{vmatrix} a & 1-a \\ 1+a & -a+3 \end{vmatrix}$ $[3a-1]$

Risoluzione di sistemi con il metodo di Cramer

113 ESERCIZIO GUIDA Utilizzando il metodo di Cramer, risolviamo i seguenti sistemi.

a. $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 4x+7y=15 \end{cases}$ b. $\begin{cases} -2x+y=2 \\ 6x-3y=4 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ -6x+4y=-10 \end{cases}$

a. $\begin{cases} 2\ x\ -3\ y\ =\ 1 \\ 4\ x\ +7\ y\ =\ 15 \end{cases}$

Calcoliamo il determinante D, formato dai coefficienti di x e di y:

$$D=\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & +7 \end{vmatrix}=14+12=26.$$

Calcoliamo D_x, ottenuto da D sostituendo la prima colonna dei coefficienti di x con i termini noti:

$$D_x=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 15 & +7 \end{vmatrix}=7+45=52.$$

Calcoliamo D_y, ottenuto da D sostituendo la seconda colonna dei coefficienti di y con i termini noti:

$$D_y=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 15 \end{vmatrix}=30-4=26.$$

Calcoliamo la soluzione:

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{52}{26}=2;$$

$$y=\frac{D_y}{D}=\frac{26}{26}=1.$$

La soluzione del sistema è $(2; 1)$.

b. $\begin{cases} -2x+y=2 \\ 6x-3y=4 \end{cases}$

Calcoliamo $D=\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 6 & -3 \end{vmatrix}=6-6=0.$

Il sistema non è determinato. Per decidere se è impossibile o indeterminato, calcoliamo D_x. Se $D_x=0$, dobbiamo calcolare anche D_y; se invece $D_x\neq 0$, il sistema è impossibile.

$$D_x=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}=-6-4=-10\neq 0$$

Il sistema è quindi impossibile.

c. $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ -6x+4y=-10 \end{cases}$

Calcoliamo $D=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 4 \end{vmatrix}=12-12=0.$

Il sistema non è determinato.

Calcoliamo $D_x=\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -10 & 4 \end{vmatrix}=20-20=0.$

Calcoliamo $D_y=\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -6 & -10 \end{vmatrix}=-30+30=0.$

Essendo $D=0$, $D_x=0$, $D_y=0$, il sistema è indeterminato.

Risolvi i seguenti sistemi, utilizzando il metodo di Cramer.

114 $\begin{cases} 3x-y=1 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$ $[(1; 2)]$

115 $\begin{cases} 2x-4+y^2=y(y-3)+16 \\ 2x-3y=8 \end{cases}$ $[(7; 2)]$

116 $\begin{cases} 3x+2y+4=0 \\ x(2x-1)-x^2+y=x^2+2y+3 \end{cases}$ $[(2; -5)]$

117 $\begin{cases} 4x+5y+23=0 \\ 9(2-x)+y+7=-9 \end{cases}$ $[(3; -7)]$

118 $\begin{cases} 4x+2y+5=3 \\ \frac{6}{5}y+\frac{3}{2}x-1=-4 \end{cases}$ $[(2; -5)]$

119 $\begin{cases} \frac{3}{4}x+y=-2 \\ \frac{4}{5}y+x=2-\frac{x}{2} \end{cases}$ $[(4; -5)]$

120 $\begin{cases} \frac{2}{3}y+\frac{1}{5}x=5 \\ 2x-\frac{5}{6}y+3=8 \end{cases}$ $[(5; 6)]$